forskning
om undervisning
& lärande

Vol 7, Nr 3, 2019

Effekten av fysisk aktivitet i matematikundervisningen

A Balan & J Green

Gymnasieelevers användning av normkritik och naturvetenskap för att granska frågor om sexualitet och kön

A-K Fridolfsson, Å Clarke Bolin, A Jonsson & J Reimark

Betydelsen av att variera innehållsliga aspekter för yngre elevers lärande av platsvärde

H Hansson

19.3

forskning
om undervisning
& lärande

FORSKNING OM UNDERVISNING OCH LÄRANDE 2019: 3 VOL. 7

Redaktion

Professor **Ingrid Carlgre**n (redaktör), professor **Ulla Runesson**, professor **Karin Rönnerman**, professor **Pia Williams**, professor **Christina Olin Scheller**, docent **Gunn Nyberg**, professor **Martin Stolare** och **Ann-Charlotte Eriksson** (vice ordf. Lärarstiftelsen)

Redaktionskommitté

Till *Forskning om undervisning och lärande* har knutits en redaktionskommitté med framstående forskare inom skolans och förskolans olika ämnesområden:

Ann Ahlberg, professor, Göteborgs universitet
Anette Emilson, lektor, Linnéuniversitetet
Inger Eriksson, professor, Stockholms universitet
Per-Olof Erixon, professor, Umeå universitet
Marléne Johansson, professor, Göteborgs universitet samt Åbo Akademi
Roger Johansson, professor, Lunds universitet
Håkan Larsson, professor, Gymnastik- och idrottshögskolan
Caroline Liberg, professor, Uppsala universitet
Inger Lindberg, professor, Stockholms universitet
Viveca Lindberg, docent, Stockholms universitet
Pernilla Nilsson, professor, Högskolan Halmstad
Bengt Olsson, professor, Göteborgs universitet
Constanta Olteanu, professor, Linnéuniversitetet
Astrid Pettersson, professor, Stockholms universitet
Andreas Redfors, professor, Högskolan Kristianstad
Geir Skeie, professor, Stockholms universitet
Sonja Sheridan, professor, Göteborgs universitet
Ingegerd Tallberg-Broman, professor, Malmö högskola
Per-Olof Wickman, professor, Stockholms universitet
Eva Österlind, professor, Stockholms universitet

Skriften ges ut av Lärarstiftelsen i samarbete med Lärarförbundets vetenskapskapliga råd och Lärarförlaget. Grafisk form: Britta Moberger.
Redaktionssekreterare är Anna Sandström Alner, anna.sandstrom@forskul.se.
Kontakt med redaktionen sker genom info@forskul.se.
Bidrag till kommande nummer är mycket välkomna! Se forskul.se/medverka.
Nästa nummer beräknas utkomma april 2020.
Forskning om undervisning och lärande. 2019: 3, vol. 7
ISSN 2001-6131
E-ISBN 978-91-983896-4-7

Redaktionell kommentar

Intresset för praktiknära forskning om undervisning och lärande fortsätter att öka samtidigt som uppfattningarna om vad praktiknära forskning kan vara verkar variera stort. Ofta används beteckningen FoU-samverkan i samband med praktiknära forskning, vilket riskerar att knyta den praktiknära forskningen till U-et, det vill säga utvecklingsarbetet snarare än till F-et, forskningen. Praktiknära forskning bedrivs då i samband med att resultaten från forskning, som bedrivits på universiteten, ska implementeras i skolan genom utvecklingsarbete. Inte sällan handlar forskningen då om lärarna och lärarnas kompetensutveckling. Det är i kontrast till en sådan forskning *om* och *på* lärare som inriktningen för *Forskning om undervisning och lärande* formulerades som att vara en tidskrift med syfte att publicera praktiknära forskning *med* och *för* lärare. Vi publicerar forskning som bedrivs på skolorna och i klassrummen med ambitionen att generera ny kunskap som är *relevant för lärare*, och som på olika sätt kan bidra till att förbättra lärares arbete.

Liksom all annan forskning behöver den praktiknära forskningen granskas kritiskt och det är därför vi har ett peer reviewsystem. Varje artikel granskas av minst två forskare, varav minst en ska vara docent eller professor inom det ämnesområde som studien gäller. Till det kommer att minst två av redaktionsmedlemmarna, som alla är docenter eller professorer, därutöver läser och bedömer artiklarna. Vi menar att uppbyggnaden av ett väl fungerande peer reviewsystem är en viktig förutsättning för att den praktiknära forskningen ska hålla hög kvalitet. Även om granskningsprocessen i stora stycken är densamma som i andra vetenskapliga tidskrifter, så finns också en relevansaspekt att beakta; hur forskningens knyter an till konkreta professionella problem.

I det här numret av ForskUL publicerar vi tre artiklar som sinsemellan är mycket olika. Det gäller såväl forskningsfrågorna som vilka metoder som har använts, liksom på vilka sätt resultaten är relevanta för lärare. Olikheterna tydliggör att praktiknära forskning, liksom all forskning, bedrivs på en rad olika sätt beroende på typ

av forskningsfråga.

I den första artikeln, *Effekten av fysisk aktivitet i matematikundervisningen*, redovisar **Andreia Balan** och **Jenny Green** resultaten av en studie om hur ett kort pulshöjande träningspass på sju min i början av lektionen har effekt på koncentrationsförmåga och arbetsminne. Studien visar på en sådan effekt, men kan däremot inte visa om eller hur det har påverkat elevernas kunskapsutveckling i matematik. Impulshöjande aktiviteter i början av matematikundervisningen genomfördes i fem klasser i årskurs 7, som jämfördes med fem klasser i samma skolor som undervisades som vanligt.

I nästa artikel, *Gymnasieelevers användning av normkritik för att granska frågor om sexualitet och kön* av **Anna-Karin Fridolfsson**, **Åsa Clarke Bolin**, **Anders Jonsson** och **Josefine Reimark**, redovisas hur en normkritisk undervisning i biologi och naturkunskap kom till uttryck i elevtexter om kön och sexualitet. Studien ingick i ett aktionsforskningsprojekt med syfte att utveckla undervisningen om sex och samlevnad till ett kunskapsområde där eleverna får verktyg för att förhålla sig till kön och sexualitet. Undervisningen genomfördes i sju olika klasser i biologi eller naturkunskap och omfattade 12 till 15 timmar. Eleverna fick i uppgift att antingen utreda en fråga eller granska ett påstående med hjälp av naturvetenskap och normkritik.

Den tredje artikeln av **Henrik Hansson** handlar om *Betydelsen av att variera innehållsliga aspekter för yngre elevers lärande av platsvärde*. I artikeln redovisar han på detaljnivå hur olika sätt att formulera och diskutera uppgifter i undervisningen har betydelse för vad eleverna kan lära sig. I studien undersöks några aspekter av lärandet hos elever i årskurs 2 när det gäller begreppet platsvärde samt hur det kan kopplas till hur innehållet behandlas i undervisningen. Såväl lärandet som undervisningen analyseras med hjälp av variationsteori, vilket gör det möjligt att på en mycket konkret nivå jämföra hur innehållet behandlades i undervisningen med vad eleverna lär sig. Resultaten visar på en tydlig koppling mellan innehållet i undervisningen och elevernas lärande.

Även om de tre artiklarna skiljer sig åt när det gäller typ av forskningsfråga, metod och resultat är de alla relevanta ur ett undervisningsperspektiv. Om en pulshöjande aktivitet förbättrar arbetsminnet såväl som koncentrationsförmågan hos eleverna är det svårt att argumentera emot att på något vis införa det på schemat. Dock skulle ytterligare studier kunna ge ett bättre underlag till att veta hur det ska göras på bästa sätt.

Studien om normkritisk undervisning och hur eleverna kan använda naturvetenskaplig kunskap och normkritik för att förhålla sig till olika frågor, är av en mer explorativ art. Den visar hur en sådan undervisning kan byggas upp och ger exempel på teman som kan komma upp. Utan att fastslå några specifika eller direkta samband är resultaten användbara för lärare som är intresserade av att utveckla en normkritisk undervisning. Dels konkretiseras innehållet i en sådan undervisning och dels visar resultaten exempel på hur eleverna förstår dessa frågor.

Resultaten från den tredje artikeln om platsvärde kan användas för att analysera elevers svårigheter med att förstå platsvärde genom att de formulerar konkreta as-

pekter av sådan förståelse. De detaljerade beskrivningarna av innehållet i undervisningen kan användas i såväl planering som granskning av undervisning.

De tre studierna är relevanta för lärares arbete på olika sätt. Medan frågan om pulshöjande aktiviteter är en fråga som bäst hanteras på en kollektiv nivå och när det gäller skolan som helhet, ger de andra två artiklarna bidrag som kan vara användbara direkt i arbetet med att förbättra den egna undervisningen.

Ingrid Carlgren
redaktör

Effekten av fysisk aktivitet i matematikundervisningen

A Balan & J Green

Sammanfattning

Syftet med denna studie är att få en bättre förståelse för hur fysisk aktivitet kan användas i skolan för att skapa mer gynnsamma förutsättningar för elevernas lärande i matematik. I studien har det undersökts om det finns en effekt av fysisk aktivitet på lång sikt på elevernas koncentration, arbetsminne och kunskaper i matematik av ett återkommande kort pass med fysisk aktivitet. Studien genomfördes med 175 elever i årskurs 7 på fyra olika skolor. Ett inledande pass på sju minuter med pulshöjande övningar introducerades i fem av tio grupper i början på matematiklektionen. Resultaten visar en förbättring av elevernas koncentration och arbetsminne i interventionsgruppen i förhållande till kontrollgruppen. Elever med olika kön och prestationsnivå påverkas på samma sätt av den fysiska aktiviteten. Det finns inte heller någon skillnad i hur elever som kommer från olika skolkontext påverkas av den fysiska aktiviteten.

Nyckelord: fysisk aktivitet, kognitiva funktioner, matematikkunskaper

Andreia Balan arbetar med utvecklingsprojekt och praktiknära forskning i Helsingborgs stad. Hennes intresseområden är feed-back, bedömning, matematikutveckling och motivation.

Jenny Green undervisar på lärarutbildningarna vid Högskolan Kristianstad. Hon är även doktorand vid Göteborgs universitet med inriktning mot yngre elevers lärande i matematik.

Abstract

The purpose of this study is to gain a better understanding of how physical activity can be used in school to create more favorable conditions for students' learning in mathematics. The study investigated the effect of physical activity in the long term on the students' concentration, working memory and knowledge of mathematics via recurring short activity of physical activity. The study was conducted with 175 grade 7 students from four different schools. An initial task of seven minutes of pulse-raising exercises was introduced in five of the groups at the beginning of the mathematics lesson. The results show an improvement in the students' concentration and working memory in the intervention group compared to the control group. There was no significant difference between gender or ability, all were similarly affected by the physical activity. Students from different school environments are also affected by the physical activity in the same way.

Keywords: Physical activity, Executive functions, Mathematical knowledge

Introduktion

Bakgrund

Fysisk aktivitet har i olika studier visat sig ha en positiv påverkan på hjärnans kognitiva funktioner (Burrows, Correa-Burrows, Orellana, Almagia, Lizana & Ivanovic, 2014; Mura, Vellante, Nardi, Machado & Carta, 2015; Rasberry, Lee, Robin, Laris, Russell, Coyle, & Nihiser, 2011; Sibley & Etnier, 2003; Tomporowski, Davis, Miller, & Naglieri, 2008; Trudeau & Shephard, 2008). Mer specifikt har den fysiska aktiviteten gett positiva effekter på koncentrationsförmågan och arbetsminnet hos barn och ungdomar i skolåldern (Best, 2010; de Greeff, Bosker, Oosterlaan, Visscher, & Hartman, 2017; Hillman, Castelli & Buck, 2005; Taras, 2005; Webster, Vazou & Goh, 2015). Både koncentrationsförmåga och arbetsminne är särskilt viktiga för att elever ska prestera bättre i skolan (Klingberg, 2016). Elever med lågt arbetsminne har svårigheter med att förstå instruktioner, följa och bearbeta dem, arbeta med problemlösning samt göra sammanfattningar (Dahlin, 2013). Förbättrad uppmärksamhet och förbättrat arbetsminne kan alltså ha positiva effekter på elevernas kunskapsutveckling och lärande.

Elevvariabler

Det finns också studier där den fysiska aktiviteten *inte* visar på någon effekt alls eller endast hos vissa elever. I en studie med över tusen elever, som pågick under åtta månader, infördes 165 minuter fysisk aktivitet i veckan under lektionstid och raster. Detta gav positiva effekter på resultaten på nationella provet i matematik för svagpresterande elever, men inte för de övriga eleverna (Resaland, Aadland, Moe, Aadland, Skrede, Stavnsbo, Suominen, Steene-Johannessen, Glosvik, Andersen, Kvalheim, Engelsrud, Andersen, Holme, Ommundsen, Kriemler, van Mechelen., McKay, Ekelund & Anderssen, 2016). I en annan studie ökades tiden för fysisk aktivitet med 180 minuter i veckan under två år för 228 elever i åldrarna 6 till 13. I studien registre-

rades inga positiva effekter på arbetsminnet eller på kunskaperna i matematik (Sjöwall, Hertz & Klingberg, 2017). I en studie, där undervisningstiden för ämnet idrott och hälsa ökades med 60 till 90 minuter i veckan, noterades positiva effekter på nationella provet i matematik för flickor, men inte för pojkar (Käll, Malmgren, Olsson, Linden & Nilsson, 2015). I ytterligare en studie, där undervisningstiden ökades med 140 minuter i veckan, registrerades positiva effekter på pojkarnas totala skolresultat, men inte för flickor (Fritz, 2017).

Elevernas ålder visar sig också spela en viss roll för effekten av fysisk aktivitet. I en metaanalys från 2011, visar Fedewa och Ahn avtagande effekter på studieprestationer för barn i åldrarna 3 till 5, 6 till 8 och 9 till 12. I en annan metaanalys, visar Verburgh, Königs, Scherder och Oosterlaan (2013) inga skillnader i effekten av fysisk aktivitet på koncentrationen hos elever i åldrarna 6 till 12, 13 till 17 eller 18 till 35. Bidzan-Bulma och Lipowska (2018) menar att ålder i detta sammanhang kan spela en viss roll, eftersom den biologiska utvecklingen är olika för flickor och pojkar i den prepubertala åldern. Det kan i sin tur leda till att de påverkas i olika hög grad av den fysiska aktiviteten, vilket alltså kan innebära olika effekter för pojkar och flickor i åldrarna 11 till 14 år.

Kön, ålder samt tidigare studieprestation är därmed variabler som kan påverka effekten av fysisk aktivitet på studieprestationer och kognitiva funktioner så som koncentration och arbetsminne. En ökning av den fysiska aktiviteten i skolan behöver alltså inte innebära samma resultat för alla elever. Det kan eventuellt vara mer effektivt att tillämpa en anpassning efter kön, ålder och studieprestation. Men eftersom forskningsresultaten inte är entydiga kan inga anpassningar genomföras i nuläget.

Fysisk aktivitet

När det gäller den fysiska aktiviteten har studier visat att just pulshöjande aktiviteter har en förbättrande effekt på hjärnans funktioner, som exempelvis koncentration och arbetsminne (Colcombe & Kramer, 2003; Hillman, Castelli & Buck, 2008; Ratey, 2013; Winter, Breitenstein, Mooren, Voelker, Fobker, Lechtermann, Krueger, Fromme, Korsukewitz, Floel & Knecht, 2007). I de studier som har nämnts tidigare, och som har genomförts i skolmiljö, har fokus varit på ökad fysisk aktivitet och inte på att elever ska uppnå en viss pulsnivå. Vissa studier har undersökt effekten av fysisk aktivitet genom att utöka undervisningstiden för idrott och hälsa (Fritz, 2017; Käll m.fl., 2015) medan andra genom att introducera ett fysiskt program under skoldagen (Lowden m.fl., 2001). Det som är problematiskt med dessa varianter är att en utökning av undervisningstiden för idrott och hälsa oftast innebär att undervisningstid tas från andra ämnen. Samtidigt kan ett extrapass med fysisk träning under skoldagen innebära längre skoldagar. Dessutom behöver extra idrottslektioner/pass inte innebära en pulshöjning för alla elever. Fler idrottslektioner uppskattas inte nödvändigtvis av alla elever och idrottslektioner med ombyte är tidskrävande.

Dessa utmaningar har bemötts i andra studier som har integrerat den fysiska aktiviteten i undervisningen. Fysisk aktivitet kan exempelvis ske i klassrummet i början av lektionen eller som ett avbrott under en lektion. Studier har visat att ett upplägg

med korta inslag av fysisk aktivitet under, eller i anslutning till, lektionen kan ge positiva effekter på elevernas koncentration, klassrumsbeteende och prestationer i matematik (Lowden, Powney, Davidson & James, 2001; Mahar, Murphy, Rowe, Golden, Shields & Raedeke, 2006; Norlander, Moas, & Archer, 2005; Maeda & Randall, 2003). Längden av den fysiska aktiviteten under lektionstid kan också variera.

I en studie med elever i årskurs 3 och 4, har 10 minuters fysisk aktivitet på lektionstid minskat elevernas ”off-task” beteende under en 12 veckors intervention (Mahar m.fl., 2006) medan så lite som 4 minuters högintensiv träning har visat sig ge positiva effekter på koncentration och minskat ”off-task” beteende hos 9- till 11-åringar (Ma, Le Mare & Gurd, 2014). ”Off-task” beteende avser här när elever sysslar med, eller pratar om, något annat än vad som är tänkt under lektionstid. Med andra ord handlar det om att inte följa det som är bestämt i klassrummet eller bryta mot de regler/normer som finns. Ma, Le Mare och Gurd (2014) och Mahar med flera (2006) visar dessutom att initialt off-task beteende har en prediktionsfaktor för effekten av fysisk aktivitet på koncentration. Elever med högt off-task beteende förbättrar sin koncentration mer än de som har lågt initialt off-task beteende. De som oftast har off-task beteende är lågpresterande elever (McClelland, Pitt & Stein, 2014), samt elever med låg socioekonomisk bakgrund (Tine & Butler, 2012). Dessa är också oftast lågpresterande elever. I andra studier har elever efter 5 minuters fysisk träning presterat bättre på problemlösning i matematik (Molloy, 1989), medan elever i årskurs 2 uppvisat bättre koncentration och procedurtillämpning i matematik efter att ha joggat 5 minuter före lektionen (Maeda & Randall, 2003).

Effekter på kort och långsikt

Fysisk aktivitet integrerad i undervisningen visar sig ge olika typer av effekter på kort respektive lång sikt. De Geeff med flera (2017) visar i deras metaanalys att det finns en svag till medelpositiv effekt på koncentration, men inget på arbetsminne efter ett pass med fysisk aktivitet (så kallad akut fysisk aktivitet). Longitudinella studier visar å andra sidan en svag till medelpositiv effekt på arbetsminne, men ingen signifikant effekt på koncentration. När det gäller skolprestationer finns det en signifikant effekt på den totala studieprestationen på lång sikt, men däremot inga signifikanta effekter i specifika ämnen som matematik, läsning och skrivning.

Forskarna förklarar den kortsiktiga effekten med att den fysiska aktiviteten ökar välbefinnandet samt produktionen av neurotransmittorer, som ökar aktiviteten i hjärnan. På lång sikt leder den fysiska aktiviteten till en förstärkning av hjärnans delar som stödjer minnet och lärande, vilket ökar den kognitiva prestationen.

Effekten på studieprestationer visar sig inte bara vara beroende av längden på interventionen utan också av valet av mätinstrument (Watson m.fl., 2017). När generella tester används för att mäta studieprestationen, registreras vanligen ingen effekt såvida inte studien pågått i mer än ett år. Tester som mer specifikt mäter kunskapsutvecklingen av det innehåll som har undervisats under interventionstiden, kan dock visa effekter redan efter 4 veckor. Denna skillnad beror troligtvis på att mer generella tester inte fångar upp de förändringar som sker under kortare interventioner. Vid

längre interventioner som behandlar en större mängd stoff i ett skolämnen kan generella tester vara mer lämpliga för att fånga upp kunskapsutvecklingen.

Sammanfattningsvis visar studier att fysisk aktivitet och särskilt pulshöjande aktiviteter kan vara bra för elevernas lärande i matematik, eftersom det påverkar deras koncentration, arbetsminne och klassrumsbeteende. Korta träningspass räcker dessutom till för att få signifikanta effekter på elevernas prestationer, vilket underlättar användningen av fysisk aktivitet i skolsammanhang. Det som är mindre tydligt är längden av fysisk aktivitet som integrerad i undervisningen kan generera effekter på lång sikt. Det är inte heller tydligt vilka elevgrupper som har nytta av den fysiska aktiviteten på lång sikt eller i vilka skolkontexter detta sker.

Syfte och frågeställningar

Det finns, enligt ovan, några osäkerheter i frågan om användning av fysisk aktivitet som ett medel för att stödja elevernas lärandeprocesser i matematik. Om pulshöjande aktiviteter ska introduceras på skolschemat är det väsentligt att veta mer om hur fysisk aktivitet integrerad i undervisningen kan se ut och om vilka elever som har mest nytta av den fysiska aktiviteten. Det är dessutom väsentligt att undersöka om tidigare studieresultat håller sig i en svensk kontext där skolkultur och ämnesperspektiv spelar roll.

Syftet med studien är därmed att undersöka den långsiktiga effekten av pulshöjande aktiviteter integrerade i matematikundervisningen i skolor med olika elevunderlag med avseende på elevernas prestationer i matematik, koncentration och arbetsminne.

Mer specifikt vill studien få svar på frågorna:

- På vilket sätt påverkas elevernas koncentration, arbetsminne och prestationer i matematik på lång sikt av att ha pulshöjande aktiviteter i början på matematiklektionen?
- Hur ser detta samband ut för elever med olika kön och prestationsnivå?

Metod

För att besvara forskningsfrågorna har ett kvasiexperimentellt upplägg valts med kontroll- och interventionsgrupper. I interventionsgruppen ingick fem klasser från fyra olika skolor som undervisades av fem olika lärare.

Studiens upplägg var samma för alla interventionsgrupper. Alla matematiklektioner inleddes med sju minuter pulshöjande övningar under fem månader. Övningarna, samt ordningen i vilken dessa genomfördes, var samma för alla grupper. En förinspelad film användes vid alla tillfällen. För att öka variationen och motivationen byttes övningarna vid fyra tillfällen under interventionen och eleverna fick möjlighet att välja träningsmusik. Materialet skapades av en idrottslärare och spelades in med elever som inte ingick i studien.

För att övningarna skulle ha en pulshöjande effekt mättes elevernas puls med pul-

sarmband. I alla grupper kom eleverna upp i en puls mellan 130 och 157 slag per minut, vilket anses vara den rekommenderade nivån för medelintensitet som är cirka 70 procent av maxpulsen (Mattsson, Jansson & Hagströmer, 2016).

Deltagare

De deltagande eleverna (*n* = 175) fördelades i fem interventionsgrupper (*n* = 90) och fem kontrollgrupper (*n* = 85). Eleverna började årskurs 7, vilket innebär att de var mellan 12 och 13 år gamla. Eleverna gick på fyra olika skolor. I tabell 1 framgår skolornas nyckeltal[1]. På Skola A fanns det två interventionsgrupper och två kontrollgrupper, som undervisades av två lärare. På skola B, C och D fanns en interventions- och en kontrollgrupp i vardera, som undervisades av en lärare på respektive skola.

Från tabell 1 framgår att skola A och C skiljer sig från skola B och D. Andelen föräldrar med eftergymnasial utbildning samt de genomsnittliga provpoängen på nationella provet i matematik för årskurs 6 är högre i skola A och C medan andelen elever med utländsk bakgrund är betydlig mindre än i skola B och D.

	Skola A	Skola B	Skola C	Skola D
Antal elever i studien	47	49	58	21
Antal elever i skolan totalt	<400	>400	>700	>400
Andel (%) elever med eftergymnasialt utbild föräldrar	>60	>40	>60	<40
Andel (%) elever med utländsk bakgrund	<10	<40	<10	>60
Genomsnittlig provpoäng på nationella provet i matematik åk6 läsår 16/17	>13	>10	>13	<10

Tabell 1. *Visar de deltagande skolornas nyckeltal hämtade från Skolverket*

1 Hämtade från www.skolverket.se

Tidigare har det konstaterats att bakgrundsfaktorer så som elevernas kön, ålder samt initial studieprestation kan påverka effekten av den fysiska aktiviteten. Fördelningen över hur dessa faktorer karakteriserar interventions- respektive kontrollgrupperna presenteras längre ner. Elevernas ålder är dock inte med i sammanställningen, eftersom alla elever i studien är mellan 12 och 13 år.

Studieprestationer

Elevernas studieprestationer anges här i andel elever med betyg A-B, C-D respektive E-F i matematik (tabell 2). Betygen representerar elevernas resultat i matematik i slutet på vårterminen 2017, vilket är en termin före interventionen. Från tabell 2 kan det konstateras att kontrollgruppen har en högre andel elever med betyg A-B och lägre andel elever med betyg C-D än interventionsgruppen medan andelen elever med betyg E-F är ungefär samma.

Ytterligare ett mått på elevernas studieprestation är av mer generell karaktär och representerar andelen elever med betyg A-E i alla ämnen i slutet av vårterminen 2017 (tabell 3). Från tabell 3 framgår det att kontrollgruppen har en högre andel elever med minst E i alla ämnen än interventionsgruppen.

	I	**K**
A-B	27,7	34,0
C-D	44,6	34,0
E-F	26,7	28,9

Tabell 2. *Andel elever med betyg A-B, C-D respektive E-F (i procent) i matematik i slutet på vårterminen 2017 i interventionsgruppen I och kontrollgruppen K.*

Grupp	**Andel betyg A-E i alla ämnen**
I	82
K	84

Tabell 3. *Andel elever med betyg A-E i alla ämnen i interventionsgruppen I och kontrollgruppen K.*

Kön

Fördelningen flickor/pojkar presenteras i tabell 4. Denna fördelning visar att det finns lite fler pojkar i interventionsgruppen än i kontrollgruppen.

	I	K
Flickor	46,5	49,5
Pojkar	53,5	50,5

Tabell 4. *Andelen flickor och pojkar i procent i interventionsgruppen I och kontrollgruppen K.*

Data och datainsamling

Datainsamlingen genomfördes vid fyra olika tillfällen, före, under och efter studien med 4 till 5 veckors mellanrum. Tre instrument användes för att mäta elevernas koncentration, arbetsminne och prestationer i matematik: koncentrationstester, arbetsminnestester och kunskapstester i matematik.

Kunskapstesterna i matematik genomfördes digitalt och bestod av 12 uppgifter, som testade elevernas kunskaper i taluppfattning och algebra. Uppgifterna skapades till varje del i centrala innehållet för årskurs 7 som berör taluppfattning och algebra. De deltagande skolorna använde olika läromedel, där arbetsområdena kom i varierande ordning. Av den anledningen valdes taluppfattning och algebra, som en sorts gemensam nämnare för matematisk kunskap. I för- och eftertestet som genomfördes med fem månaders mellanrum användes samma uppgifter. Test 1 och Test 2, som genomfördes en respektive två månader efter starten, innehöll olika uppgifter men testade fortfarande samma matematiska innehåll. I tabell 5 nedan framgår testernas reliabilitet (Cronbachs alfa). Eftersom för- och eftertestet visar en låg reliabilitet (mindre än 0,65) kommer resultaten på kunskapstestet i matematik att användas med försiktighet för att dra några slutsatser om elevernas kunskapsutveckling.

Kunskapstest i matematik	**För- och eftertest**	**Test 1**	**Test 2**
Cronbachs alfa	0,54	0,70	0,64

Tabell 5. *Cronbachs alfa för kunskapstesterna i matematik.*

Koncentrationstestet är ett färgtest, ett så kallat ”Stroop-test”. Under testet fick elever se ett färgord, som exempelvis RÖD (skrivet med gröna bokstäver), och möjligheten att välja mellan två knappar: ”röd” eller ”grön”. Enligt Johan Ridley Stroop (1897-1973), som utvecklade testet, tar det längre tid att säga vilket färg ett ord har än att läsa färgordet. Det gäller framförallt för blå, rött eller grön. Under en minut och trettio sekunder fick eleverna se nya färgord, där korrekt svar gav ett poäng medan fel svar gav

ett minuspoäng. Testet genomfördes digitalt och alla korrekta respektive inkorrekta svar registrerades. Resultatet på testet beräknades i form av noggrannhet i svaren enligt formeln: (korrekta svar – inkorrekta svar) / (korrekta svar + inkorrekta svar).

Arbetsminnestestet är ett ”2-back-test”, som härstammar från 1950-talet. Under testet får testtagaren se en sekvens av olika objekt och sedan välja det objekt som visades två steg tidigare i sekvensen. I detta fall användes geometriska objekt, som cirkel, triangel, kvadrat, pentagon och stjärna, vilka visades under en minut och trettio sekunder. Testet genomfördes digitalt och alla korrekta, inkorrekta respektive missade svar registrerades. Resultatet på testet beräknades i form av noggrannhet i svaren enligt formeln: (korrekta svar – inkorrekta svar – missade svar))/ totalt antal.

Elevernas resultat på alla tester analyserades med deskriptiv statistik. Jämförelser mellan interventions- och kontrollgruppen genomfördes med ANCOVA. ANCOVA har valts för att kunna undersöka effekter som inte beror på initiala skillnader mellan grupperna samt för att kunna undersöka samspelseffekter mellan olika faktorer så som kön, intervention och prestationer. Utvecklingen över tid från förtest (To) till eftertest (T3) genomfördes med flernivåregressionsanalys för att kunna ta hänsyn till både skillnader inom och mellan individer över tid.

Resultat

Elevernas koncentration

Elevernas koncentration, som mäts med Stroop-testet förbättrades i interventionsgruppen i jämförelse med kontrollgruppen (se tabell 6). ANCOVA visar en signifikant skillnad mellan grupperna när resultaten i eftertestet (T3) jämfördes och hänsyn tagits till elevernas resultat i förtestet (To), $F(1, 123) = 4{,}31$, $p = 0{,}040$. Effekten uttryckt i eta-kvadrat ($\eta 2 = 0{,}034$) är låg till medelhög (Maher, Marker & Ebert-May, 2013). Tabell 6 presenterar medelvärde, standardavvikelse, samt antal elever för resultaten i koncentration vid eftertestet (T3). Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To).

Grupp	Medelvärde	Antal elever
K	0,654 (0,356)	59
I	0,757* (0,353)	69

* = p < .05

Tabell 6. *Koncentration för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K). Resultaten presenteras i form av medelvärde (noggrannhet i svar) och standardavvikelse (inom parentes) samt antal elever och visar en signifikant skillnad mellan grupperna, p = 0,040.*

För att undersöka om elever med olika betyg har påverkats olika i interventionsgruppen i jämförelse med kontrollgruppen har ANCOVA genomförts igen. Kombinationen interventions-/kontrollgrupp och tidigare betyg i matematik gav inga signifikanta skillnader för resultaten i koncentration, F(2, 126) = 0,010, p = 0,99. Diagram 1 visar resultaten för kontroll- och interventionsgruppen för elever med betyg A-B, C-D respektive E-F när dessa är justerade med avseende på resultaten vid To. Diagrammet visar att elever med olika betyg har samma resultatprofil, det vill säga att linjerna är nästan parallella. Detta innebär att alla elever oavsett tidigare betyg har påverkats på samma sätt av den fysiska aktiviteten även om de befinner sig på olika koncentrationsnivåer.

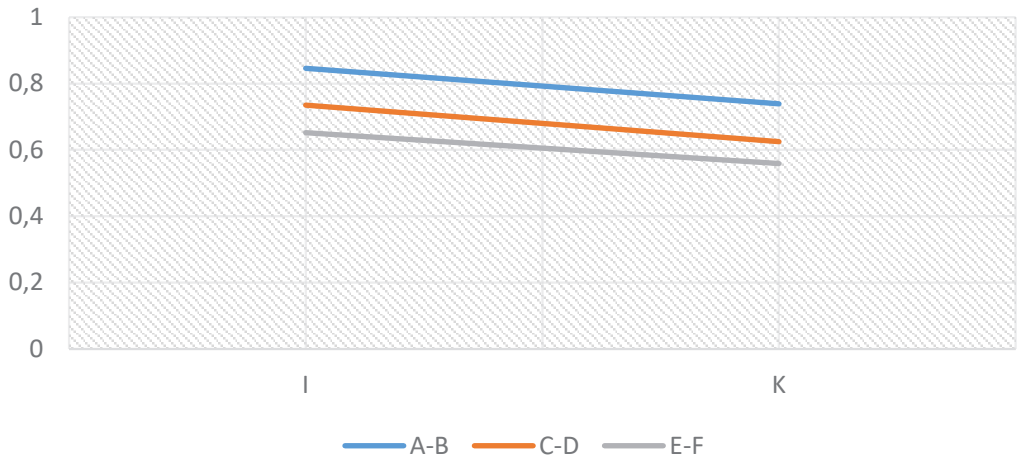


Diagram 1. *Resultaten i koncentration vid eftertest (T3) för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K) fördelat på elever med betyg A-B, C-D samt E-F. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To). Resultaten visade inga signifikanta skillnader för i koncentration mellan grupperna utifrån tidigare betyg i matematik, p = 0,99.*

ANCOVA visar inte heller att elevernas kön har någon betydelse för effekten av fysisk aktivitet på koncentrationen F(1, 121) =1,396, p= 0,24.

Grupp	Flickor (F)	Pojkar (P)	Antal elever F/P
K	0,684 (0,322)	0,631 (0,380)	26/33
I	0,722 (0,343)	0,785 (0,365)	31/38

Tabell 7. *Resultat i koncentration vid eftertest för pojkar respektive flickor i interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K). Resultaten presenteras i form av medelvärde (noggrannhet i svar) och standardavvikelse (inom parantes) samt antal elever. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To) och visar ingen skillad i effekt utifrån kön, p= 0,24.*

Skolkontextens betydelse för påverkan av fysisk aktivitet på koncentrationen har undersökts med ANCOVA. Kombinationen skolenhet och interventions-/kontrollgrupp gav inga signifikanta skillnader på koncentrationen vid eftertest $F(3, 117) = 0{,}012$, $p = 0{,}948$. Diagram 2 visar att skolprofilerna är likartade för de fyra skolorna när resultaten är justerade med avseende på resultaten i förtestet. Det behöver dock nämnas att antalet elever i Skola D som deltog i både för- och eftertestet var väldigt låg (13 av 21 elever).

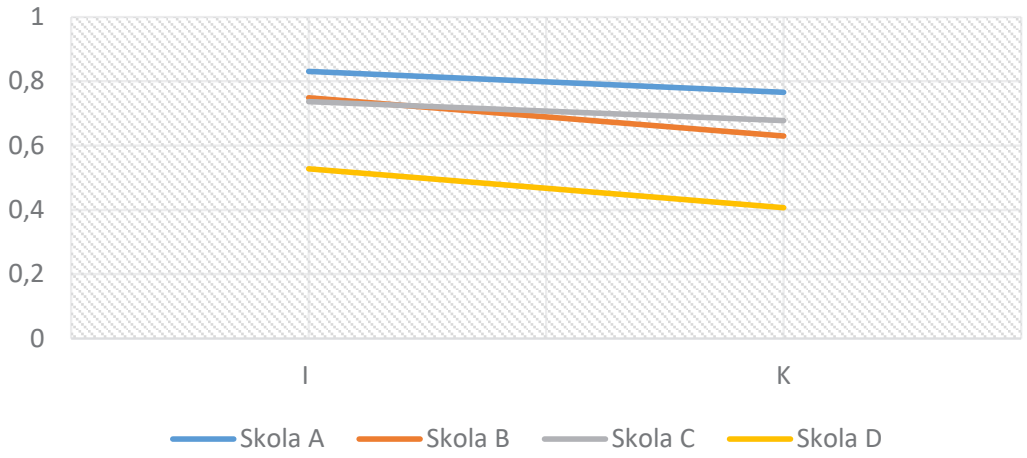


Diagram 2. *Resultaten i koncentration vid eftertest (T3) för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K) med avseende på skola A, B, C och D. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To). Resultaten visade inga skillnader utifrån skolkontext, p = 0,948.*

Flernivåregressionsanalys har används för att undersöka koncentrationens utveckling över tid där hänsyn tas till alla fyra mätningar. En initial analys visar att variationen i resultaten på koncentrationstestet förklaras till 68 procent av skillnaden mellan individer. Detta innebär att resterande 32 procent förklaras av andra variabler som exempelvis skillnaden inom individer som kan bero på dagsform eller motivation. När *tiden* läggs in som en fix variabel visar resultaten att koncentrationen ökar med 0,08 för varje tidsenhet. När sedan grupptillhörighet läggs in i modellen visar resultaten en signifikant skillnad mellan grupperna med avseende på tid ($p = 0{,}047$). Diagram 3 visar regressionslinjer för I och K som representerar utvecklingen från To till T3 där hänsyn tas till variationen mellan individerna. Linjernas ekvationer beskrivs med formeln: $Y_{grupp}(tid) = 0{,}45 - 0{,}08\ (grupp) + 0{,}06\ (tid) + 0{,}02\ (grupp)*(tid)$. Linjerna indikerar en ökning i båda grupperna med skillnaden att ökningen sker i snabbare takt i interventionsgruppen än kontrollgruppen.

Sammanfattningsvis visar resultaten att pulshöjande övningar förbättrar elevernas koncentration på lång sikt. Effekten är svag till medelhög, men ändå signifikant. Det finns inte några skillnader i hur koncentrationen påverkas för olika kategorier av elever när variabler som kön och prestationsnivå undersökts. Det finns inte heller några skillnader i utvecklingen av koncentrationen för elever med olika skolkontext.

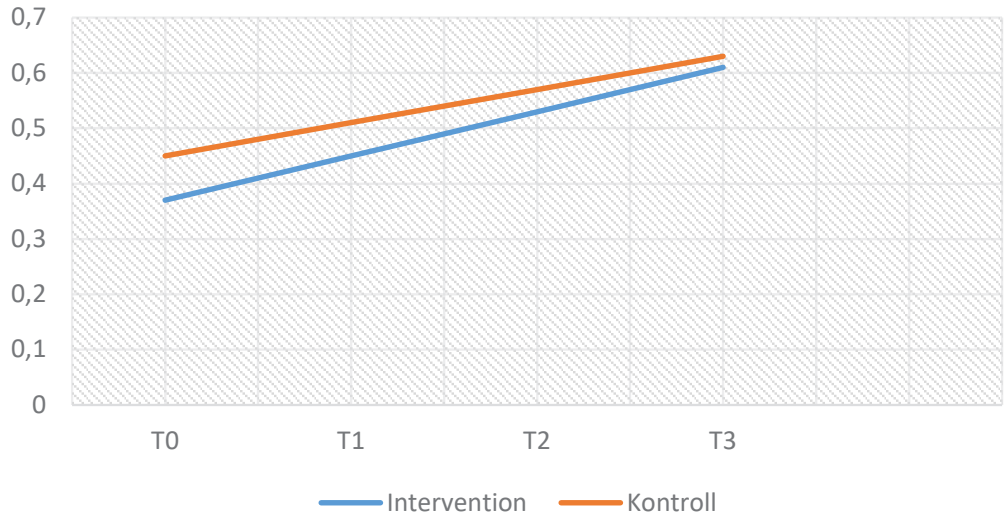


Diagram 3. *Regressionslinjer för resultaten i koncentration från To till T3 för interventions- och kontrollgruppen. Resultaten visar en signifikant skillnad mellan grupperna med avseende på tid, p = 0,047, med skillnaden att ökningen sker i snabbare takt i interventionsgruppen än kontrollgruppen.*

Arbetsminne

Elevernas arbetsminne, som mäts med 2-back-test, förbättrades i interventionsgruppen i jämförelse med kontrollgruppen (se tabell 8). ANCOVA visar en svag signifikant skillnad F(1, 123) = 3,90, p = 0,05 för resultaten i eftertestet när dessa är justerade utifrån resultaten vid To. Effekten uttryckt i eta-kvadrat (η2= 0,031) är låg till medel (Maher, Marker & Ebert-May, 2013).

Grupp	Medelvärde	Antal elever
K	0,845 (0,120)	59
I	0,880* (0,134)	69

* = p < .05

Tabell 8. *Resultaten i arbetsminne för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K). Resultaten presenteras i form av medelvärde (noggrannhet i svar) och standardavvikelse (inom parentes) samt antal elever. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To) och visar en svagt signifikant förbättring i interventionsgruppen jämfört med kontrollgruppen, p = 0,05.*

Jämförelser mellan flickor och pojkar visar inga skillnader när det gäller förändringar i arbetsminnet (se tabell 9). ANCOVA visar att elevernas kön inte har någon betydelse

för effekten av fysisk aktivitet på arbetsminnet när resultatet i eftertestet jämfördes F(1, 121) =1,11, p= 0,294.

Samma sak gäller för elevernas tidigare prestationer. ANCOVA visar inga signifikanta skillnader mellan interventions- och kontrollgrupp med avseende på elevernas tidigare betyg (se diagram 4).

Grupp	Flickor (F)	Pojkar (P)	Antal elever F/P
K	0,840 (0,020)	0,848 (0,017)	26/33
I	0,895 (0,018)	0,867 (0,016)	31/38

Tabell 9. *Resultat i arbetsminne vid eftertest för pojkar respektive flickor i interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K). Resultaten presenteras i form av medelvärde (noggrannhet i svar) justerat med avseende på standardavvikelse (inom parantes) samt antal elever. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To). Resultaten visar ingen skillnad utifrån kön, p= 0,294.*

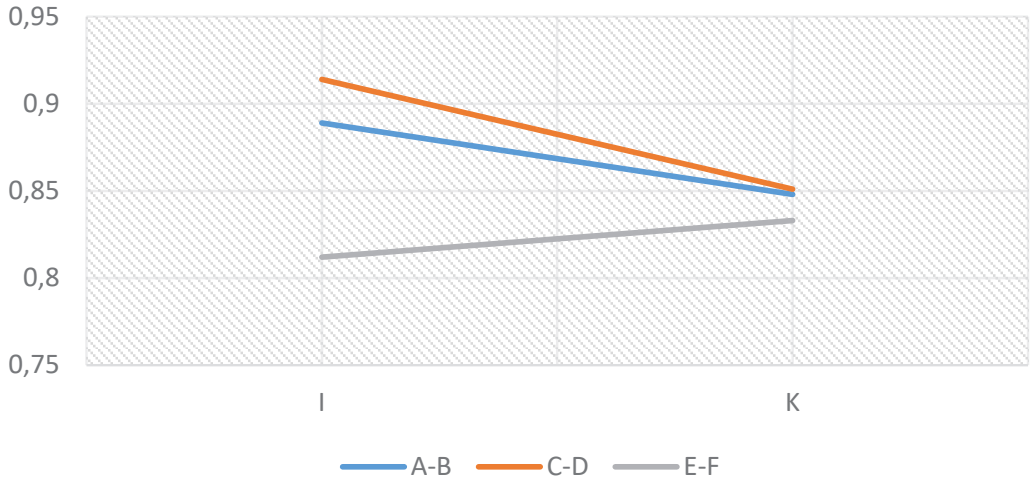


Diagram 4. *Resultaten i arbetsminne vid eftertest (T3) för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K) fördelat på elever med betyg A-B, C-D samt E-F. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To) och visar ingen skillanad utifrån tidigare betyg.*

Undersökningen av skolkontextens betydelse för påverkan av fysisk aktivitet på arbetsminnet visar ungefär samma mönster som i koncentrationens fall. ANCOVA visar att kombinationen skolenhet och interventions-/kontrollgrupp inte gav några signifikanta skillnader på arbetsminne vid eftertest F(3, 117) = 0,813, p = 0,489. Diagram 5

visar att skolprofilerna är likartade för tre av skolorna när resultaten är justerade med avseende på resultaten i förtestet. Skola D har däremot en annan profil. På skola D har enbart 13 av 21 elever (7 elever i K och 6 elever i I) deltagit i både för- och eftertestet. Detta innebär att enskilda elever har haft stor påverkan på genomsnittet, vilket kan förklara den avvikande trenden.

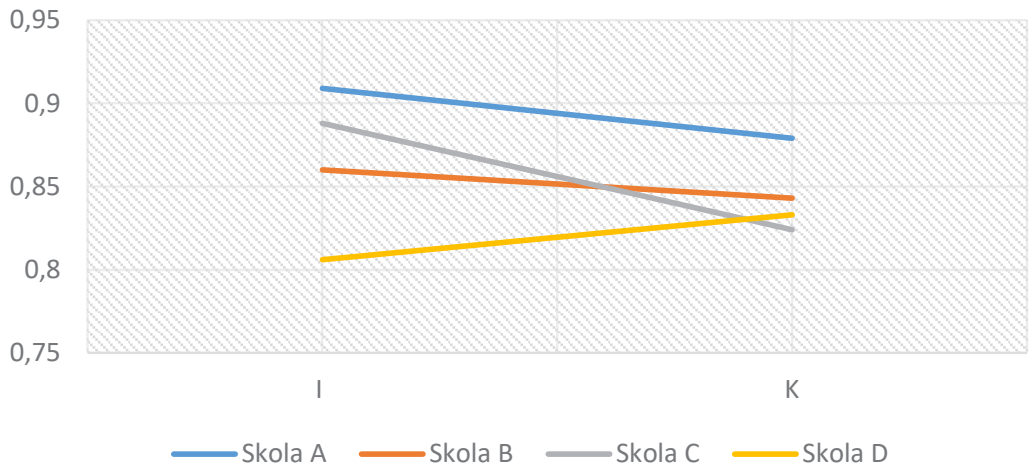


Diagram 5. *Resultaten i arbetsminne vid eftertest (T3) för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K) med avseende på skola A, B, C och D. Resultaten är justerade med avseende på resultaten vid förtest (To). Kombinationen skolenhet och intervention-/kontrollgrupp gav inte några signifikanta skillnader på arbetsminne vid eftertest, p = 0,489.*

Med hjälp av flernivåregressionsanalys har utvecklingen av arbetsminnet undersökts från To till T3 genom att använda alla fyra mätningar. En initial analys visar att variationen i resultaten på arbetsminnestestet förklaras till 51 procent av skillnaden mellan individer. När *tiden* läggs in som en variabel visar analyser att arbetsminnet förändras efter en parabel och inte enbart en linje. Detta innebär att arbetsminnet ökar med 0,1 för varje tidsenhet samtidigt som den minskar med 0,02*(tidsenheten)^2. Regressionskurvorna som visas i diagram 6 är alltså en del av en parabel som indikerar att kurvorna uppnår sitt maximala värde. Detta betyder att båda grupperna drabbas av takeffekter när de uppnår en noggrannhet på 87 procent i mätningen av arbetsminnet. När grupptillhörigheten läggs in i modellen visar resultaten en signifikant skillnad mellan grupperna med avseende på tid ($p < 0,001$). Regressionskurvorna beskrivs enligt modellen: $Y(tid) = 0,75 - 0,036\ (grupp) + 0,1\ (tid) - 0,02\ (tid)^2 + 0,16\ (grupp)*(tid) - 0,13\ (grupp)*(tid)^2 + 0,03(grupp) * (tid)^3$ och visas grafiskt i diagram 6. I denna modell har hänsyn tagits till både skillnaden inom och mellan individer. Det signifikanta värdet för kombinationen *tid och grupp* visar att interventionsgruppen har haft en mer positiv utveckling från To till T3 även om denna skillnad är liten. Det som dessutom framgår i diagram 6 är att resultatutvecklingen förmodligen har drabbats av takeffekter i båda grupperna.

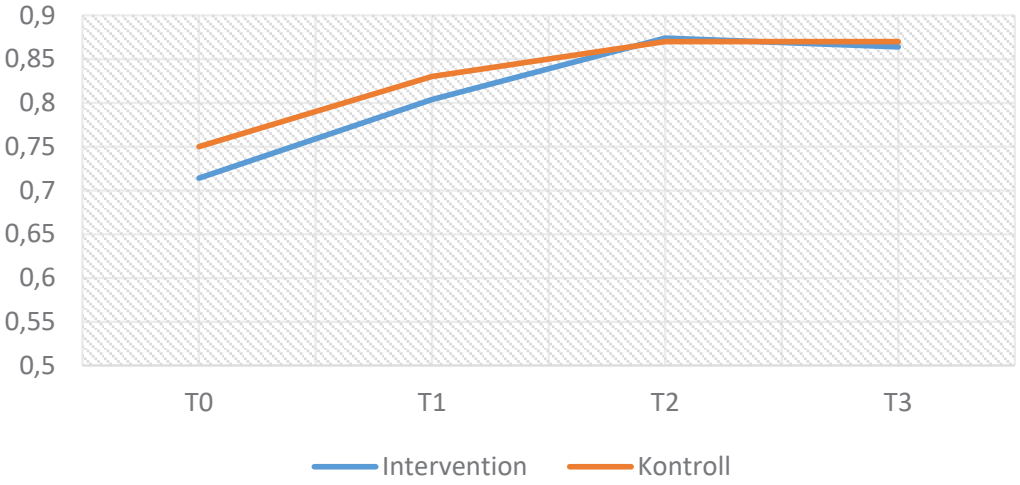


Diagram 6. *Regressionslinjer för resultaten i arbetsminne från To till T3 för interventions- och kontrollgruppen. När grupptillhörigheten läggs in i modellen visar resultaten en signifikant skillnad mellan grupperna med avseende på tid, p < 0,001, där interventionsgruppen har haft en mer positiv utveckling från To till T3 även om denna skillnad är liten. Det som dessutom framgår är att resultatutvecklingen förmodligen har drabbats av takeffekter i båda grupperna.*

Sammanfattningsvis bekräftas antagandet att arbetsminnet påverkas positivt på lång sikt av den fysiska aktiviteten även om effekten är liten. Denna påverkan skiljer sig inte för pojkar/flickor eller låg-/högpresterande elever. Det finns inte heller någon skillnad i hur arbetsminnet påverkas för elever med olika skolkontext. Takeffekter kan ha försvårat att få fram en positiv påverkan på arbetsminnet.

Matematikkunskaper

En undersökning av elevernas resultat på matematiktestet med ANCOVA visar inga signifikanta skillnader mellan interventions- och kontrollgrupp vid T3 när resultaten är justerade med avseende på elevernas prestation vid To. Analyser visar inte heller några skillnader i effekt mellan I och K när hänsyn tas till elevernas kön eller tidigare betyg i matematik.

Tabell 10 visar medelvärde och standardavvikelse för alla matematiktester från To till T3. Enligt tabellen presterade K bättre än I i både förtestet och eftertestet. Skillnaden är dock mindre i eftertestet. Resultaten vid T1 är också bättre i K än i I medan resultaten vid T2 är samma för båda grupperna.

De tre matematiktesterna som användes i studien visade olika värde för reliabiliteten (Cronbachs alfa). Från tabell 10 kan vi dessutom se att testet som genomfördes vid T1 verkade vara lättare än de andra testerna, trots att testerna skapades för att mäta samma kunskaper. En flernivåregressionsanalys har därför inte genomförts, eftersom det kunde ha gett missvisande resultat.

Grupp	T0	T1	T2	T3
K	0,42 (0,17)	0,60(0,24)	0,49 (0,23)	0,54 (0,19)
Antal elever K	78	82	78	83
I	0,38 (0,15)	0,57(0,21)	0,49 (0,22)	0,50 (0,17)
Antal elever I	94	88	75	81

Tabell 10. *Resultaten i matematik för interventionsgruppen (I) och kontrollgruppen (K) från To till T3. Resultaten presenteras i form av medelvärde (andel rätt svar) och standardavvikelse (inom parentes) samt antal elever. Enligt tabellen presterade K bättre än I i både förtestet och eftertestet. Skillnaden är dock mindre i eftertestet. Resultaten vid T1 är också bättre i K än i I medan resultaten vid T2 är samma för båda grupperna.*

Sammanfattningsvis visar resultaten ingen effekt på elevernas kunskaper i matematik. Avsaknaden av effekt är troligtvis mätningsrelaterat. En mer detaljerad diskussion om detta förs i nästa avsnitt.

Diskussion

Den här studien hade för avsikt att undersöka om elevernas koncentration, arbetsminne samt prestationer i matematik påverkas på lång sikt av pulshöjande aktiviteter som genomförs sju minuter i början på matematiklektionen. Resultaten visar att det finns en låg till medelhög positiv påverkan på koncentration och arbetsminne men ingen påverkan på elevernas matematikkunskaper. Resultaten indikerar också att elevernas kön och prestationsnivå inte påverkar effekten av fysiskt aktivitet. Resultaten är inte heller beroende av elevernas skolkontext. Nedan följer en diskussion om dessa resultat.

Koncentration

Tidigare metaanalyser har visat att medel- till högintensiv fysisk aktivitet som sker under skoldagen, antingen på raster eller integrerad i undervisningen, kan ha positiva effekter på elevernas koncentration framför allt på kort sikt (de Greeff m.fl., 2017; Webster, Vazou & Goh, 2015). Resultaten i denna studie visar samtidigt att så lite som sju minuter pulshöjande övningar i början på matematiklektionen, 2 till 3 gånger i veckan under 5 månader, kan ha långsiktiga effekter på koncentrationen. Resultaten från studien visar att både kontroll- och interventionsgruppen ökar i koncentration över alla fyra mättillfällen. Ökningen i interventionsgruppen sker dock i snabbare takt. För kontrollgruppens del kan ökningen eventuellt bero på att eleverna med tiden har blivit mer bekanta med principerna bakom koncentrationstestet. För interventionsgruppens del kan den långsiktiga effekten även bero på att den fysiska aktiviteten ger en annan struktur åt starten på matematiklektionen. Eleverna får möjlighet

att skaka av sig rastlöshet och andra tankar och kan efter det fokusera på uppgiften. Samtidigt är det värt att notera att effekterna på koncentration inte är stora.

Genomförda metaanalyser som undersöker fysisk aktivitet integrerad i klassrummet visar inte några skillnader mellan flickor och pojkar beträffande effekten på koncentration (Watson, Timperio, Brown, Best & Hesket, 2017; Webster, Vazou & Goh, 2015). Detta bekräftas i denna studie, som inte visar några signifikanta skillnader mellan kön. Elevernas prestationsnivå, som i denna studie utgick ifrån deras tidigare betyg i matematik, verkar inte heller spela någon roll för effekten av fysisk aktivitet på koncentrationen. Både låg- och högpresterande elever visar samma mönster, även om de befinner sig på lägre respektive högre koncentrationsnivåer. Detta är något som tidigare metaanalyser inte har uppmärksammat men som är väsentligt för praktiken. Skolans vardag är fylld av många utmaningar och alla detaljer kring effekten av fysisk aktivitet underlättar för en *effektiv* tillämpning i undervisningen.

Resultaten i denna studie visar dessutom att elever som kommer från olika skolkontext där det finns skillnader i socioekonomisk bakgrund, skolstorlek samt resultat på nationella prov visar samma mönster när det gäller effekten av fysisk aktivitet på koncentrationen. Det som däremot försvårar några långtgående slutsatser är det låga antalet elever som deltog i studien. När grupperna dessutom delas upp i underkategorier blir antalet ännu lägre, vilket försvårar möjligheten att få några statistiskt signifikanta skillnader. Detta gäller både när eleverna fördelas efter skolkontext, prestationsnivå eller kön.

Arbetsminne

Ett väl fungerande arbetsminne är en viktig förutsättning för lärande, särskilt när det gäller kunskaper av mer komplex karaktär (Klingberg, 2016). Om fysisk aktivitet integrerad i undervisningen kan bidra till ett ökat arbetsminne skulle det vara en stor vinst för alla elever. Resultaten i den aktuella studien visar att korta pass av intensiv träning kan ge effekter på arbetsminnet, vilket inte alltid har varit fallet i tidigare studier med liknande format (U.S. Department of Health and Human Services, 2010). Effektstorleken är låg, men samtidigt behöver den ses i ljuset av att grupperna har drabbats av takeffekter, vilket eventuellt döljer en utvecklingspotential. En nyligen genomförd metaanalys visar att longitudinella studier med elever i 6 till 12 års ålder uppvisar en positiv påverkan på arbetsminnet (de Greeff m.fl., 2017). Dessutom har en mer nyanserad bild tagits fram i andra studier (Watson m.fl., 2017; Bidzan-Bulma & Lipowska, 2018), som menar att fysisk aktivitet som innehåller koordination och övningar som följer ett mönster i stället för bara upprepning, har en tydligare effekt på arbetsminnet.

Elever med olika kön visar inte någon signifikant skillnad i påverkan av arbetsminnet på lång sikt, vilket stämmer väl överens med tidigare metaanalyser (de Greeff m.fl., 2017; Watson m.fl., 2017). Resultaten från studien visar inte heller någon skillnad för låg- respektive högpresterande elever. Däremot finns det en indikation på att medelpresterande elever har haft en mer positiv utveckling i arbetsminnet än låg- och högpresterande elever. En sådan avvikelse kan stämma väl överens med tidigare

forskning, som menar att arbetsminnet påverkas på olika sätt hos olika individer. Sibley och Beilock (2007) har till exempel visat att vuxna, som från början hade lägre arbetsminne, hade mest nytta av den fysiska aktiviteten. Anledningen till att lågpresterande inte har visat någon markant ökning kan bero på svårigheter med att förstå principerna i arbetsminnestestet. De deltagande lärarna i studien har rapporterat att vissa elever, i synnerhet lågpresterande, haft svårigheter med att förstå testets principer trots att en genomgång av reglerna skedde vid varje testtillfälle. Dessutom har mätningen av effekterna på arbetsminnet påverkats av det låga antalet elever fördelat på flickor/pojkar respektive låg-/högpresterande.

Skolkontexten verkar inte spela någon roll för påverkan av arbetsminnet på lång sikt. Tre av skolorna visar liknande mönster, men inte på den fjärde. En förklaring till denna avvikelse kan vara det låga antalet elever som genomförde för- och eftertestet på den fjärde skolan. Lågt antal elever innebär att en eller två avvikande individer kan ha en stor påverkan på genomsnittet.

Matematikkunskaper

Watson med flera (2017) har visat i sin metaanalys att standardiserade tester fångar upp kunskapsutveckling vid interventioner med fysisk aktivitet om dessa har pågått i mer än ett år. Kortare interventioner visar effekter enbart om testerna mäter kunskapsutvecklingen av det som har undervisats under interventionen. I den aktuella studien på fem månader har kunskapsmätningen i matematik utgått från centralt innehåll i läroplanen och inte från det som eleverna de facto har undervisats om. De deltagande skolorna använder olika läromedel, vilket har försvårat en tydlig avgränsning av innehållet i undervisningen. Detta kan förklara avsaknaden av en signifikant skillnad i prestationer mellan kontroll- och interventionsgrupp i matematik.

En annan förklaring till avsaknaden av effektskillnader kan grunda sig i fördelningen mellan låg- och högpresterande elever i kontroll- respektive interventionsgruppen. Tabell 2 visar att det finns en större andel elever med betyg A-B i matematik i K än i I och tabell 3 visar högre andel elever med minst E i alla ämnen i K än i I. Detta innebär att eleverna i I kanske hade behövt en längre tid på sig för att inhämta de kunskaper de saknade redan vid starten, samtidigt som nya kunskaper byggs upp.

En tredje förklaring till resultaten i matematik rör mätningsinstrumenten. Så som det har nämnts tidigare har dessa inte motsvarat de förväntningar på reliabilitet och validitet som är nödvändiga att uppfylla vid statistiska mätningar. Det hade varit att föredra att använda normerade tester eller samma test vid alla tillfällen. Nackdelen med att använda samma test är att en viss trötthet kan uppstå av att lösa samma uppgifter flera gånger och att eleverna trots allt pratar med varandra vilket kan försvåra en pålitlig mätning.

Slutsatser

Sammanfattningsvis ger studien svar på frågan hur fysisk aktivitet kan integreras i undervisningen på ett enkelt sätt med låga, nästan obefintliga ekonomiska kostnader eller materielbehov. Att inleda med sju minuters fysisk aktivitet i början på en lek-

tion är inte heller lika kontroversiellt som att utöka undervisningstiden för idrott och hälsa. Det kräver inte heller att tid tas ifrån andra ämnen. Resultat från studien visar dessutom att effekten som mäts i koncentration och arbetsminne verkar vara oberoende av kontext, eftersom elever från skolor med olika elevunderlag och socioekonomisk bakgrund visat samma utveckling. Effekten verkar inte heller vara köns- eller prestationsberoende, vilket innebär att den fysiska aktiviteten ger kognitiva effekter för alla typer av elever.

Begränsningar och fortsatt forskning

Studiens resultat behöver tolkas i relation till de begränsningar som karakteriserar interventionen.

Den låga andelen elever som har deltagit i studien har försvårat att undersöka betydelsen av kön, prestationsnivå samt skolkontext. Att hitta parallellklasser som undervisas av samma lärare i samma årskurs och som dessutom vill delta i en studie kan vara svårt, men nödvändigt för att kunna dra bättre grundade slutsatser om effekterna av fysisk träning integrerat i undervisningen.

En annan begränsning har varit utformningen av kunskapstestet i matematik. I enlighet med tidigare forskning finns det två alternativ. Antingen bedrivs studien under en kort period under vilken deltagande lärare undervisar samma stoff som sedan testas i kunskapstestet. Alternativt bedrivs studien under mer än ett läsår med ett generellt test.

I forskningslitteraturen är det välkänt att undervisningens utformning ger en av de högsta effekterna på elevernas prestationer. Fortsatt forskning behöver adressera denna fråga och undersöka om det finns en koppling mellan olika typer av undervisning och effekten av fysisk aktivitet på kognitiva funktioner. Det är av stort praktiskt värde att veta om det finns en sådan koppling och hur den ser ut. Både pedagoger och skolledare skulle ha stor nytta av att veta i vilka sammanhang introduktionen av fysisk aktivitet ger störst effekt.

Referenser

Best, J. R. (2010). Effects of physical activity on children's executive function: contributions of experimental research on aerobic exercise. *Developmental Review*, vol. 30, nr. 4, ss. 331-351.

Bidzan-Bluma, I. & Lipowska, M. (2018). Physical Activity and Cognitive Functioning of Children: A Systematic Review. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, vol.15, nr. 4, ss. 800. doi:10.3390/ijerph15040800.

Burrows, R., Correa-Burrows, P., Orellana, Y., Almagia, A., Lizana, P. & Ivanovic, D. (2014). Scheduled physical activity is associated with better academic performance in Chilean school-age children. *Journal of Physical Activity & Health*, vol. 11, nr. 8, ss. 1600-6. doi: 10.1123/jpah.2013-0125.

Colcombe, S J. & Kramer, A. F. (2003). Fitness effects on the cognitive function of older adults: a meta-analytic study. *Psychological Science*, vol. 14, nr. 2, ss. 125-130.

Dahlin, K. I. E. (2013). *Does It Pay to Practice? A Quasi-Experimental Study on Wor-*

king Memory Training and Its Effects on Reading and Basic Number Skills. (Diss.). Stockholm: Stockholms universitet.

Fedewa, A. L. & Ahn, S. (2011). The Effects of Physical Activity and Physical Fitness on Children's Achievement and Cognitive Outcomes: a Meta-Analysis. *Research Quarterly for Exercise and Sport*, vol. 82, nr. 3; ss. 521-535.

Fritz, J. (2017). *Physical Activity During Growth – Effects on Bone, Muscle, Fracture Risk and Academic Performance.* (Diss.). Lund: Lunds universitet.

Gathercole, S.E., Lamont, E. & Alloway, T.P. (2006). *Working memory in the classroom. In S. Pickering (Ed.) Working memory and education*. London: Academic Press.

de Greeff, J. W., Bosker, R. J., Oosterlaan, J., Visscher, C. & Hartman, E. (2018). Effects of physical activity on executive functions, attention and academic performance in preadolescent children: a meta-analysis. *Journal of Science and Medicine in Sport*, vol. 21, nr. 5, ss. 501-507. doi: 10.1016/j.jsams.2017.09.595.

Green, C. T., Long, D. L., Green, D., Iosif, A. M., Dixon, J. F., Miller, M. R., Fassbender, C. & Schweitzer, J. B. (2012). Will working memory training generalize to improve off-task behavior in children with attention-deficit/hyperactivity disorder? *Neurotherapeutics*, vol. 9, nr. 3, ss. 639-48. doi: 10.1007/s13311-012-0124-y.

Hillman, C. H., Castelli, D. M. & Buck, S. M. (2005). Aerobic fitness and neurocognitive function in healthy preadolescent children. *Medicine & Science in Sports and Exercise*, vol. 37, nr.11, ss. 1967-74.

Jansson, J. (2000). Fokuserad uppmärksamhet på koncentrationen. *Svensk idrottsforskning*, nr 2, ss. 48-52.

Klingberg, T. (2011). *Den lärande hjärnan: Om barns minne och utveckling*. Stockholm: Natur & Kultur.

Kilngberg, T. (2016). *Hjärna, gener & jävlar anamma: Hur barn lär.* Stockholm: Natur & Kultur.

Käll, B. L., Malmgren, H., Olsson, E., Linden, T. & Nilsson, M. (2015). Effects of a Curricular Physical Activity Intervention on Children's School Performance, Wellness, and Brain Development. *The Journal of School Health*, vol. 85, nr. 10, ss. 704-713. doi: 10.1111/josh.12303.

Lowden, K., Powney, J., Davidson, J & James, C. (2001). *The Class Moves! Pilot in Scotland and Wales: An Evaluation*. Edinburgh, Scotland: Scottish Council for Research in Education.

Ma, J. K., Le Mare, L. & Gurd, B. J. (2014). Classroom-based high-intensity interval activity improves off-task behaviour in primary school students. *Applied Physiology, Nutrition, and Metabolism*, vol. 39, nr. 12, ss. 1332-1337. doi.org/10.1139/apnm-2014-0125

Maeda, J.K. & Randall, L.M. (2003). Can academic success come from five minutes of physical activity? *Brock Education*, vol. 13, nr. 1, ss. 14–22. doi: 10.26522/brocked.v13i1.40

Mahar, M.T., Murphy, S.K., Rowe, D.A., Golden, J., Shields, A.T. & Raedeke, T.D. (2006). Effects of a classroom-based program on physical activity and on-task be-

havior. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, vol. 38, nr. 12, ss. 2086–2094.

Maher, J. M., Marker, J. C. & Ebert-May (2013). The Other Half of the Story: Effect Size Analysis in Quantitative Research. *CBE Life Science Education*, vol. 12, nr.3, ss. 345–351. doi: 10.1187/cbe.13-04-0082

Mattsson, C. M., Jansson, E., & Hagströmer, M. (2016). Fysisk aktivitet - begrepp och definitioner. *FYSS 2017: fysisk aktivitet i sjukdomsprevention och sjukdomsbehandling* (3 uppl., ss. 21-34). Stockholm: Läkartidningen förlag AB

McClelland, E., Pitt, A. & Stein, J. (2014). Enhanced academic performance using a novel classroom physical activity intervention to increase awareness, attention and self-control: Putting embodied cognition into practice. *Improving Schools*, vol. 18, nr. 1, ss. 83-100. doi.org/10.1177/1365480214562125.

Molloy, GN. (1989). Chemicals, exercise and hyperactivity: a short report. *International Journal of Disability, Development and Education*, vol. 36, nr. 1, ss. 57–61. doi. org/10.1080/0156655890360106

Mura, G., Vellante, M., Nardi, A.E., Machado, S. & Carta, M.G., (2015). Effects of school-based physical activity interventions on cognition and academic achievement: a systematic review. *CNS & Neurological Disorder - Drug Targets*, vol. 14, nr. 9, ss. 1194–1208.

Norlander, T., Moas, L. & Archer, T. (2004). Noise and stress in primary and secondary children: noise reduction and increased concentration ability through a short but regular exercise program. *School Effectiveness and School Improvement*, vol. 16, nr. 1, ss. 91–99. doi.org/10.1080/09243450500011417 3

Rasberry, C.N., Lee, S.M., Robin, L., Laris, B.A., Russell, L.A., Coyle, K.K. & Nihiser, A.J., (2011). The association between school-based physical activity, including physical education and academic performance: a systematic review of the literature. *Preventive Medicine*, vol. 52, (Suppl. 1), ss. 10–20. doi: 10.1016/j.ypmed.2011.01.027.

Resaland, G.K., E. Aadland, E., Moe V.F., Aadland, K.N., Skrede, T., Stavnsbo, M., Suominen, L., Steene-Johannessen, J., Ø. Glosvik, O., Andersen, J. R., Kvalheim, O.M., Engelsrud, G., Andersen, L.B., Holme, I.M., Ommundsen, Y., Kriemler, S., van Mechelen, W., McKay, H.A., Ekelund, U. & Anderssen, S.A.(2016). Effects of physical activity on schoolchildren's academic performance: The Active Smarter Kids (ASK) cluster-randomized controlled trial. *Preventive Medicine*, vol. 91, ss. 322–328. doi: 10.1016/j.ypmed.2016.09.005.

Ratey, J. (2013). *Spark: The Revolutionary New Science of Exercise and the Brain*. Boston: Little Brown and Company.

Sibley, B.A. & Beilock, S. L. (2007). Exercise and working memory: an individual differences investigation. *Journal of Sport Exercise Psychology*, vol. 29, nr. 6, ss. 783-91.

Sjöwall, D., Hertz, M. & Klingberg, T. (2017). No Long-Term Effect of Physical Activity Intervention on Working Memory or Arithmetic in Preadolescents. F*rontiers in Psychology*, nr. 8, Artikel-id 1342. doi:10.3389/fpsyg.2017.01342

Sörquist, P., Dahlström, Ö., Karlsson, T. & Rönnberg, J. (2016). Concentration: The

Neural Underpinnings of How Cognitive Load Shields Against Distraction. *Frontiers in Human Neuroscience*, 10:221. doi: 10.3389/fnhum.2016.00221

Taras, H (2005). Physical Activity and Student Performance at School. *Journal of School Health*, vol. 75, nr. 6, ss. 214-218.

Tine, M.T. & Butler, A.G. (2012). Acute aerobic exercise impacts selective attention: an exceptional boost in lower-income children. *Educational Psychology*, vol. 32, nr. 7, ss. 821–834. doi:10.1080/01443410.2012.723612.

Tomporowski, P.D., Davis, C.L., Miller, P.H. & Naglieri, J.A. (2008). Exercise and children's intelligence, cognition, and academic achievement. *Educational Psychology Review*, vol. 20, nr. 2, ss. 111–131. doi: 10.1007/s10648-007-9057-0

Trudeau, F. & Shephard, R.J. (2008). Physical education, school physical activity, school sports and academic performance. *International Journal of Behavioral Nutrition and Physical Activity*, vol. 5, nr. 10, doi:10.1186/1479-5868-5-10.

Uhrich, T.A. & Swalm, R.L. (2007). A pilot study of a possible effect from a motor task on reading performance. *Perceptual and Motor Skills*, vol. 104, nr. 3, ss. 1035–1041.

U.S. Department of Health and Human Services (2010). The Association Between School-Based Physical Activity, Including Physical Education, and Academic Performance. Tillgänglig https://www.cdc.gov/healthyschools/physicalactivity/physical-education.htm [hämtad den 3 augusti 2018 från https://www.cdc.gov/healthyschools/physicalactivity/physical-education.htm]

Verburgh, L., Königs, M., Scherder, E.J. & Oosterlaan, J. (2013). Physical exercise and executive functions in preadolescent children, adolescents and young adults: a meta-analysis. *British Journal of Sports Medicine*, vol. 48, nr. 12, ss. 973-979. doi: 10.1136/bjsports-2012-091441.

Watson, A., Timperio, A., Brown, H., Best K. & Hesket, K. D. (2017). Effect of classroom-based physical activity interventions on academic and physical activity outcomes: a systematic review and meta-analysis. *International Journal of Behavioral Nutrition and Physical Activity*, 14:114, doi 10.1186/s12966-017-0569-9.

Webster, C.A., Russ, L.,Vazou, S.,Goh, T.L. & Erwin, H. (2015). Integrating Movement in Academic Classrooms. *Obesity Review*, vol. 16, nr. 8, ss. 691-701. doi: 10.1111/obr.12285.

Winter, B., Breitenstein, C., Mooren, F.C., Voelker, K., Fobker, M., Lechtermann, A., Krueger, K., Fromme, A., Korsukewitz, C., Floel, A. & Knecht, S. (2007). High impact running improves learning. *Neurobiology of learning and memor*, vol. 87, nr. 4, ss. 597-609.

Gymnasieelevers användning av normkritik och naturvetenskap för att granska frågor om sexualitet och kön

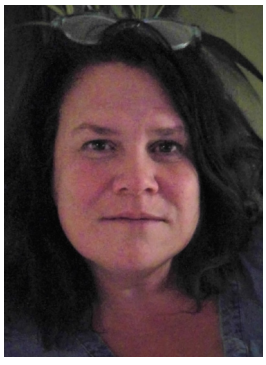
A-K Fridolfsson, Å Clarke Bolin, A Jonsson & J Reimark

Sammanfattning

I den här artikeln presenteras resultat av en analys av texter skrivna av gymnasieelever där normkritik och naturvetenskap använts för att granska frågor eller påståenden som berör kön och sexualitet. Studiens syfte var att bidra med kunskap för att utveckla undervisning som verkar för jämställdhet, inkludering och handlingskompetens. I sju klasser, i kurserna Biologi 2 eller Naturkunskap 1b, genomfördes undervisning som innefattade diskussioner om heteronormativitet. Eleverna fick själva välja en fråga eller ett påstående att granska och skriva en text om. Texter (54 st.) med tre olika typer av innehåll, valdes ut för tematisk analys: 1. ”Skillnad i lust mellan könen”, 2. ”Sexuella läggningar” och 3. ”Kön och könsidentitet”. Tre huvudteman identifierades (a) Normer begränsar och skapar konsekvenser, (b) Naturvetenskapen ger inte alltid enkla svar och (c) Naturvetenskap kan utmana normer och myter. Utifrån resultaten diskuteras ingångar för utveckling av undervisning.

Nyckelord: normkritik, naturvetenskap, heteronormativitet, jämställdhet, undervisning

Anna-Karin Fridolfsson är lärare i biologi, kemi och naturkunskap och arbetar på Anna Whitlocks gymnasium i Stockholm.



Åsa Clarke Bolin är lärare i psykologi och specialiseringskurser på Kungsholmens gymnasium/Stockholms musikgymnasium.

Anders Jonsson är lärare i biologi, kemi och naturkunskap och arbetar som förstelärare på Anna Whitlocks gymnasium i Stockholm.

Josefine Reimark är lärare i biologi, naturkunskap och hållbar utveckling och arbetar som lektor på Kungsholmens gymnasium.

Abstract

In this article, an analysis of texts written by upper-secondary students where the students used norm criticism and science to investigate questions or claims concerning gender and sexuality. The purpose of this study was to contribute with knowledge that could be used for developing teaching that facilitates gender equity, inclusion and action competence. In seven classes, in the courses Biology 2 or Natural science 1b, teaching sequences including discussions about heteronormativity were conducted. The students could choose, on their own, a question or a claim to investigate and write a text about. A selection of 54 texts, with three different contents, were subject to thematic analysis. 1. "Difference in lust between sexes", 2. "Sexual orientation" 3. "Gender and gender identity". Three main themes were identified: (a) Norms create limits and consequences, (b) Science does not always provide simple answers and (c) Science can challenge norms and myths. Based on the results, ideas for developing teaching are discussed.

Keywords: Norm criticism, Science, Heteronormativity, Gender equity, Teaching

Introduktion

Vi som har skrivit den här artikeln är alla verksamma som gymnasielärare. Bakgrunden till vår studie är en önskan om att utveckla kunskaper om undervisning som berör frågor om sexualitet, kön, jämställdhet och inkludering. Området är ständigt aktuellt i samhället, till exempel med kampanjen #metoo där maktobalansen mellan kvinnor och män synliggjorts. I sammanhanget hörs ofta efterfrågan på insatser från skolan (se t.ex. Pleijel, 2017) samtidigt som Skolinspektionens granskning (Luthman, 2018) har visat på ett stort behov av lärares kompetensutveckling inom området. Vi har utformat och studerat undervisning om sexualitet och relationer inom kurserna Biologi 2 och Naturkunskap 1b. En utgångspunkt har varit utveckling av elevers handlingskompetens när det gäller att hantera komplexa frågor. Kritiskt tänkande och analys som en väg till nya tolkningar och möjligheter är en viktig komponent i denna handlingskompetens (Mogensen, 1997). Svensk klassrumsforskning om undervisning i kursen Naturkunskap 1b har visat att det kan vara svårt att utmana diskriminerande föreställningar om sexualitet och kön (Arvola Orlander, 2016; Hast & Danielsson, 2016). Det är därför av intresse att studera vad som kan bli möjligt när det i undervisningen finns en avsikt att synliggöra diskriminerande normer. Här kan denna studie vara ett bidrag. Studien är genomförd inom ramen för STLS[1].

Den rådande läroplanen för gymnasiet anger att alla som arbetar i skolan aktivt ska främja likabehandling av individer och grupper samt förebygga och förhindra alla former av diskriminering (Skolverket, 2011a, s 5). Läraren ska också ”se till att under

1 Stockholm Teaching and Learning Studies (STLS) är en plattform för undervisningsutvecklande ämnesdidaktisk forskning i samarbete mellan skolhuvudmän i Stockholms län och Stockholms universitet. STLS syfte är att initiera, stödja och bedriva undervisningsutvecklande ämnesdidaktisk forskning. Forskningen koordineras och bedrivs i ämnesdidaktiska nätverk. Detta projekt har genomförts inom ramen för det ämnesdidaktiska nätverket för naturvetenskap och teknik. För mer information se http://pedagog.stockholm.se/stockholm-teaching-and-learning-studies/.

visning till innehåll och uppläggning präglas av ett jämställdhetsperspektiv" (ibid., s 10). Några av gymnasieskolans ämnesplaner har också ett tydligt centralt innehåll inom kunskapsområdet sex och samlevnad, främst genom begreppen sexualitet, kön, relationer och jämställdhet. Kurserna Naturkunskap 1a och 1b har ett relativt öppet centralt innehåll: "Naturvetenskapliga aspekter på, reflektion över och diskussion kring normer, rörande människans sexualitet, lust, relationer och sexuella hälsa" är det som anges (ibid., s 127). I kursen Biologi 2, som elever på naturvetenskapligt program läser, är det centrala innehållet formulerat enligt följande: "Vad som händer i kroppen under menstruation, förälskelse, sex och graviditet" och "Hur sexuellt överförbara sjukdomar och oönskade graviditeter kan förebyggas" (Skolverket, 2011b). Det digitala stödmaterialet för sex- och samlevnadsundervisning på gymnasiet är dock liknande för de båda kurserna, vilket gör det möjligt för lärare att utforma en undervisning med diskussion kring normer även i kursen Biologi 2 (Skolverket, 2017). Vidare anges i ämnesplanerna för både naturkunskap och biologi att eleverna ska utveckla förmågan att använda naturvetenskap/biologi för att diskutera aktuella samhällsfrågor (Skolverket, 2011a, s 127; Skolverket, 2011b).

Normkritik och toleranspedagogik

I Skolverkets stödmaterial för sex- och samlevnadsundervisning på gymnasiet (Skolverket, 2013) används begreppet normkritik som ett sätt att skapa undervisning för jämställdhet och inkludering. Normkritik är metoder och teorier som används för att arbeta mot diskriminering och handlar om att synliggöra normer som skapar förtryck och exkludering. Detta står i kontrast till så kallad toleranspedagogik, där målgruppen har antagits tillhöra normen med syftet att gruppen ska få förståelse för dem som avviker från normen. På så sätt förväntas diskriminering motverkas. Detta förhållningsätt har också beskrivits med orden "välviljans ideologi" av Larsson & Rosén (Skolverket, 2006). Deras granskning av läroböcker, på uppdrag av Skolverket, visade hur beskrivningar av homosexualitet karaktäriserades av en vilja att framställa homosexualitet som normalt samtidigt som det presenterades som något att ta ställning till eller oroa sig för. Heterosexualiteten togs däremot för given och problematiserades inte. Avsikten med den typen av framställning och undervisning kan vara att motverka homofobi. Om det görs genom att homosexualitet enbart kopplas ihop med att må dåligt och att bli utsatt för våld, så riskerar icke-heterosexualitet trots allt att framstå som icke-önskvärt (Martinsson, 2008). Konsekvenserna av den typen av undervisning, som också beskrivits som undervisning "om den andre" (Kumashiro, 2001), kan i värsta fall leda till att fördomar befästs och att ungdomar upplever exkludering och kränkning. Ett normkritiskt angreppssätt innebär däremot att normer synliggörs och problematiseras, snarare än att de som bryter mot normerna synliggörs för att tolereras. Av de normer som reglerar sexualitetens område lyfter Skolverket (2013) fram heteronormen som viktig att synliggöra och problematisera. Med normkritik kan undervisning om kön och sexualitet också utvecklas från ett område som handlar om att elever får tillfälle att tycka om något, till ett kunskapsområde med sina egna begrepp och analysobjekt.

Heteronormativitet och jämställdhet

Butler (1990) har argumenterat för att kön och genus inte kan föras tillbaka till ”naturliga” kategorier eller urtillstånd. Det är diskursen, i betydelsen ”talet om”, som formar den betydelse vi ger ”kön” och ”genus”. Genus blir då ett kulturellt medel som skapar den könsindelade naturen. Enligt teorin om performativitet är kön inte ett varande utan ett görande. En individs kropp blir benämnd som ett visst kön vid födseln och med den benämningen följer att beteenden uppmuntras eller sanktioneras av omvärlden beroende på dess föreställningar om kön. Könsidentitet blir på så sätt något som installeras genom upprepningar av handlingar i en växelverkan mellan individ och omgivande samhälle. Kulturen skapar begripliga kroppar genom föreställningen om att det finns två tydliga stabila kön (binär könsindelning) som definieras som motsatser som förväntas ha begär till varandra och bete sig heterosexuellt på ett socialt godkänt sätt. Heterosexualiteten konstrueras som normal och eftersträvansvärd, därav begreppet heteronormativitet. Den här modellen för hur heteronormativitet konstrueras brukar kallas den heterosexuella matrisen. (Rosenberg, 2002). Begreppet cisperson har vuxit fram för att beskriva personer som uppfattar sitt biologiska kön, sitt juridiska kön och sin könsidentitet som entydigt och samstämmigt. Personer som inte upplever denna samstämmighet kan kalla sig transpersoner (RFSL, 2015). Utifrån det performativa synsättet finns dock inget äkta sätt att göra kön. (Butler, 1990). Eftersom språkbruk och kultur upprätthåller våra föreställningar om kön som något binärt och stabilt och heterosexualitet som normalt, kan förändringar av dessa föreställningar vara tröga och ta tid.

Konsekvenser av heteronormativitet har bland annat beskrivits av Martinsson och Reimers (2008, s 20):

> *”De som definieras som kvinnor förväntas bete sig som underordnade män och män förväntas vara dominanta och ledande. Männen äger dock inte makten, det är inte de som bestämmer hur relationen mellan man och kvinna ska se ut, utan deras beteende är en normativ upprepning. Makten finns i normen som möjliggör och begränsar en genusbestämd identitet och subjektivitet.”*

Jämställdhetsperspektiv på undervisning kan i och med detta innebära att utmana heteronormativiteten och medföljande föreställningar om kön, sexualitet och makt.

Heteronormativitet och biologiundervisning

Undervisning om skydd mot oönskade graviditeter och sjukdomar har medfört förbättrad folkhälsa och ökad jämställdhet i Västeuropa (Patton, m.fl., 2016; WHO Regional Office for Europe, 2010). Denna upplysande undervisning har dock haft begränsningar när det gäller jämställdhet och inkludering av icke-heteronormativa identiteter och sexuella praktiker (WHO Regional Office for Europe, 2010). En delförklaring kan vara att den biologiska terminologi som växt fram för att beskriva och förklara kön, reproduktion och beteenden har präglats av kulturella förställningar om kön och sexualitet (se t.ex. Haraway, 1991; Ah-King, 2012). Ett klassiskt exempel är

beskrivningar av befruktning mellan ägg och spermie, där spermien framställts som den aktiva, kraftfulla parten och ägget som passivt (Martin, 1991). Beskrivningarna har i många fall hindrat en djupare förståelse för de fenomen som studerats och kritik har lett till exempelvis mer nyanserade förklaringar till hur ägg och spermier smälter samman (Ah King, 2012). Samhällets värderingar och föreställningar påverkar alltså hur naturvetenskapliga modeller och beskrivningar formuleras. Dessa naturvetenskapliga beskrivningar, ofta i kraftiga förenklingar, används sedan som belägg för att vissa av samhällets värderingar är ”sanna”, vilket beskrivits som en ”kulturell bumerangeffekt” (Ganetz, 2004). Ett exempel är frånvaron av skildringar av sexuella handlingar mellan djur av samma kön i naturfilmer eller att dessa beskrivs som misstag i de fall som de förkommer (ibid.).

Undervisningsinnehåll i biologi kan, utifrån resonemangen ovan, inte förstås som värdeneutralt. Med innehållet följer också utryck för värderingar och normer. Östman (1998) använder begreppet följemening för det moraliska innehåll som följer med ett visst sätt att kommunicera ett naturvetenskapligt innehåll. Följemening blir därmed en del av en diskurs och kan vara så väl explicit som implicit. Från Sverige finns några studier av följemening i undervisning som handlar om kön och sexualitet. En analys av biologilektioner på högstadiet om människans könsorgan och reproduktion visade hur penis gjordes till norm och klitoris beskrevs i förhållande till penisen (Arvola-Orlander, 2014). Studien visade också hur spermien beskrevs som aktiv och ägget som passivt. Vidare beskrevs slidan som något som det kunde stoppas in saker i. Följemeningar i undervisningen blev ett befästande av normerna man-aktiv, kvinna-passiv och obligatorisk heterosexualitet. En studie från gymnasiet och ämnet naturkunskap visade hur biologiska förklaringar till homosexualitet tenderade att göras med följemening att heterosexualitet är det normala medan homo-bi-trans-queer-personer positioneras som ”de andra” (Hast & Danielsson, 2016). Den studerade undervisningen hade mer inslag av toleransperspektiv än av normkritiska perspektiv. Vidare lyfte denna studie hur biologiska förklaringar, utan kritik, gavs företräde som förklaring till frågor om sexualitet. En annan undersökning av undervisning i naturkunskap visade hur antropomorfa beskrivningar av djurs beteende bidrog till att förstärka kulturella konstruktioner av maskulint och feminint och befästa dessa som naturliga och normala (Arvola-Orlander, 2016). De tre nämnda studierna visar också att förenklade biologiska förklaringar tenderade att ges status som sanna. Här föreligger en risk att stereotypa föreställningar om kön och sexualitet befästs genom den tidigare beskrivna ”kulturella bumerang-effekten”. Problematiskt i sammanhanget är det som bland andra Connell (2005) lyfter fram, nämligen att biologi kanske har fått rollen att fylla gapet efter religion när det gäller att rättfärdiga ideal om kön och sexualitet. Det framgår inte av de två studierna av undervisning i ämnet naturkunskap i vilken utsträckning intentionen med undervisningen har varit att synliggöra normer. Det verkar också saknas studier där lärare varit delaktiga och fått möjlighet att granska och utveckla sin egen undervisning.

Syfte och frågeställningar

Syftet med den här studien är att undersöka hur normer om kön och sexualitet utmanas eller befästs i samband med sex- och samlevnadsundervisning i gymnasiekurserna Biologi 2 och Naturkunskap 1b, där undervisningen har haft en uttalad avsikt att synliggöra heteronormen. I undervisningen ingick att eleverna fick skriva texter. Dessa texter undersöktes med följande frågor:

1. Vilka teman återfinns när gymnasieelever använder naturvetenskap och normkritik för att undersöka frågor, som de själva formulerat, rörande kön och sexualitet?

2. Med vilka följemeningar undersöker och presenterar gymnasieelever sina egna frågor om kön och sexualitet?

Metod

Aktionsforskning, handlingskompetens och normkritisk pedagogik

Studien är en del av ett aktionsforskningsprojekt som syftade till att utveckla sex- och samlevnadsundervisning på gymnasiet. I projektet har lärare varit drivande i formulering av frågor, utformning av undervisning och analys av resultat. Akademiska forskare har bidragit med att fördjupa samtalen om den akademiska litteraturen och den vetenskapliga processen.

Vi har tagit inspiration från den gren av aktionsforskning som kallas emancipatorisk (Ledwith, 2007), som betonar kritiskt tänkande som en väg till individers utveckling och möjlighet att förändra sina egna livsvillkor och samhället. Kritiskt tänkande är också en viktig del i undervisning som syftar till ökad handlingskompetens (Mogensen, 1997). Om människor ska kunna förstå den värld som de lever i, så behöver de möta kontroversiella frågor och kritiskt analysera dem. Detta kritiska tänkande kan sedan leda till förmåga att se alternativ, föreslå möjliga handlingsalternativ och att våga agera. Viktigt är också möjligheten att se andra människors perspektiv och genom detta kunna utveckla empati (Mogensen & Schnack, 2010). I projektet handlade det om att elever med hjälp av kritisk analys av normer, runt kön och sexualitet, skulle kunna utveckla mer inkluderande förhållningssätt. Normkritisk pedagogik vävs här in i ett handlingskompetensperspektiv på undervisning. Kännetecknande för undervisning med ett handlingskompetensperspektiv är också att den är problemorienterad, ämnesövergripande och att akademisk kunskap tas tillvara (ibid.). I undervisningen som denna studie bygger på har avsikten varit att eleverna, utifrån naturvetenskaplig forskning och teorier om konstruktion av heteronormativitet, ska få vetenskapliga utgångpunkter för frågor som rör kön och sexualitet. Detta som ett sätt att utveckla sex och samlevnad till ett kunskapsområde istället för ett inslag i undervisningen där man som elev får ”tycka till” (Skolverket, 2006).

I handlingskompetensperspektivet ingår också att ge förutsättningar för demokrati och deltagande. I projektet innebar det att eleverna själva fick välja vilken fråga som de ville fördjupa sig i. I uppgiften ingick dock att de skulle använda både naturveten-

skap och normkritik för att utforska sina frågor. En aspekt av handlingskompetens som skulle kunna vara problematisk i sammanhanget är att den också kännetecknas av pluralism vilket innebär att alla frågor måste få ställas, även sådana som kan uppfattas som kontroversiella (Mogensen, 1997). Om kunskap ses som situerad, vilket involverar att den är partisk, formad av personlig erfarenhet och sociala situationer (Haraway, 1991), så betyder det att både lärare och elever kommer in i undervisningen med olika erfarenheter. Detta påverkar vad som blir möjligt i undervisningen och påverkar vilka frågor som ställs och hur de ställs. Här kan det uppstå spänningar mellan möjligheten att låta elever utforska kontroversiella frågor och samtidigt följa läroplanens uppdrag att förhindra alla former av diskriminering. Å ena sidan kan frågor om något som för en elev är nytt och främmande upplevas exkluderande för några. Å andra sidan kan eleven som ställer frågar i sin tur riskera exkludering om frågan inte får ställas.

Aktionsforskning karaktäriseras av iterativa cykliska förlopp, som består av kartläggning, planering, handling, dokumentation, analys och reflektion. Utifrån dessa erfarenheter börjar planeringen för nästa cykel (McNiff, 2013). De resultat som presenteras i den här studien kan ses som en fördjupad kartläggning som kan användas för planering av nya undervisningssekvenser.

Lektionsupplägg

Liknande undervisningsmoment genomfördes i kurserna Biologi 2 (fyra klasser) och Naturkunskap 1b (tre klasser). Undervisningen pågick under fem till sju veckor, beroende på klassernas scheman. Omfattningen var mellan 10 och 15 undervisningstimmar. Det övergripande syftet med undervisningen var att utveckla elevernas handlingskompetens i frågor om sexualitet och kön. Konkret innebar det att eleverna med hjälp av normkritik och naturvetenskap skulle granska och problematisera frågor eller påståenden som berör sexualitet och kön.

I den genomförda undervisningen som berörde naturvetenskapliga perspektiv på sexualitet, lyfte lärarna fram att den biologiska variationen kan beskrivas längs ett kontinuum och att entydiga kategorier kan vara svåra att urskilja, till exempel när det gäller anatomi och sexuella praktiker. För en del av klasserna infördes dessa perspektiv under det studerade undervisningsmomentet, medan andra klasser hade erfarenhet av dessa resonemang sedan tidigare.

En föreläsning som var gemensam för alla klasser hade titeln ”Historiska och normmedvetna perspektiv på sexualitet och kön”. Föreläsningen syftade till att ge eleverna möjlighet att få syn på och diskutera hur normer kommer till utryck i ord och bild. Föreläsningen behandlade ett historiskt perspektiv på hur begreppen kön, genus och sexualitet vuxit fram som kulturella fenomen. Normer och normmedvetenhet, den heteronormativa matrisen och begreppet heteronormativitet belystes också. Vidare tog undervisningen upp hur biologins språkbruk kan befästa stereotyper genom ”den kulturella bumerangeffekten” och exempel på hur mötet mellan ägg och spermie har beskrivits. I samband med föreläsningen gavs eleverna möjlighet att diskutera och träna på normkritik till exempel genom att diskutera skillnaden mellan att beskriva

klitoris som en förkrympt penis eller penis som en förvuxen klitoris.

Eleverna gavs i uppgift att skriva en text (1000 till 1500 ord) där de med hjälp av normkritik och naturvetenskap utredde en fråga eller granskade ett påstående rörande sexualitet och kön. De fick själva välja och formulera fråga eller påstående. Elevernas texter utgjorde sedan underlag för bedömning och betygssättning. Under arbetet användes olika typer av källor för att hitta påståenden att granska och för att besvara sina frågeställningar, vilket innebar att de fick göra bedömningar av källornas relevans och trovärdighet. Eleverna fick också tillgång till litteratur som ”Den onaturliga naturen” (Olsson & Eriksson, 2013) och UNGKAB09 (Tikkanen m.fl., 2011). Innan slutinlämningen av den individuella texten fick eleverna diskutera sin fråga och sina textutkast med varandra i mindre grupper.

Insamling av data och analys

Studien genomfördes på en gymnasieskola i Stockholms innerstad under 2016 och 2017 och involverade undervisning i sammanlagt sju klasser. Data i form av texter (182 st.) samlades in från de sju klasserna. Insamlingen av material hanterades enligt Vetenskapsrådets riktlinjer för god forskningssed (Gustafsson m.fl., 2004). Eleverna informerades om studien och dess syfte. Skriftligt samtycke från eleverna att få använda deras texter samlades in efter det att kurserna hade avslutats. Tre elever valde att inte delta. Vetenskaplig analys av texterna påbörjades först efter avslutad kurs. Elevexempel som presenteras i denna artikel har anonymiserats och det anges ej vilken kurs eller program exemplet är hämtat ifrån.

Analysarbetet bestod av tre delar:

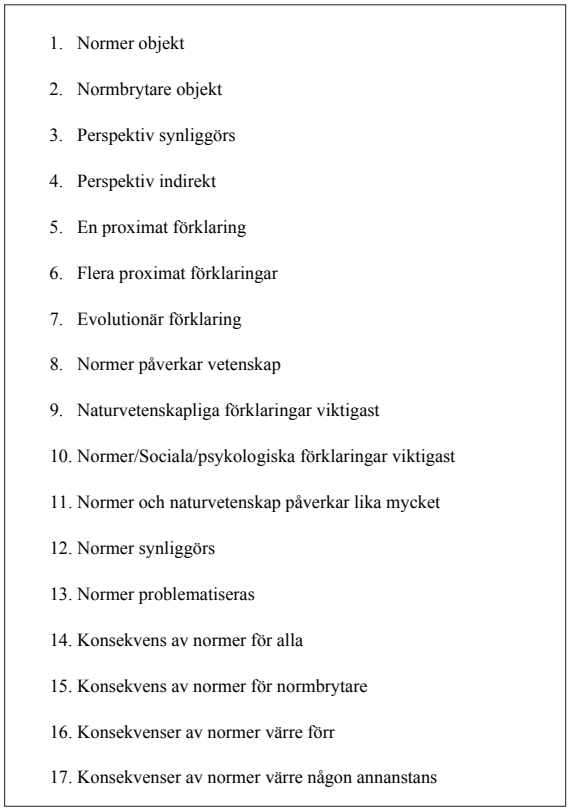
Del 1 - sortering av texterna i tre ämnesområden

För att ge en översiktlig bild av vilka områden eleverna hade valt att fördjupa sig sorterades texterna utifrån biologiskt/fysiologiskt perspektiv. Inom området skillnader mellan kvinnor och män var en fråga vanligast, nämligen om det finns en skillnad i sexuell lust mellan kvinnor och män. Totalt 18 av elevernas texter tog upp detta ämne och det återfanns i alla klasser. Två områden som också förekom i alla klasser var frågor om sexualitet och sexuell läggning (18 texter) samt konstruktion av kön och könsidentitet (18 texter). Dessa texter (totalt 54 st.) valdes ut för att studeras med tematisk analys.

Del 2 - tematisk analys med koder

Tematisk analys (Braun och Clarke, 2006) genomfördes för att besvara den första forskningsfrågan. Texternas lästes med en induktiv intention samtidigt som studiens syfte influerade läsningen. Meningar i texterna som kunde vara relevanta för studiens syfte tilldelades tillfälliga definitioner, i sammanhanget kallat koder. De preliminära koderna användes för en första analys av texterna, varefter idéer till fler koder uppstod. För den slutliga analysen användes 17 koder (figur 1). Sedan söktes mönster mellan hur olika koder inom en text samverkade och bildade övergripande teman och subteman och dessa namngavs. Ett urval av teman gjordes baserat på hur

vanliga de var och att de förekom i elevers texter ifrån båda kurserna (Biologi 2 och Naturkunskap 1b). Delar av texter valdes sedan ut för att exemplifiera dessa teman och subteman.



Figur 1. Lista över koder som använts i den tematiska analysen.

Del 3 - analys av följemeningar

Analys av följemening (Östman, 1998) gjordes för att synliggöra värderingar och normer i texterna, både explicita och implicita. Analys av implicita följemeningar gjordes utifrån komparation. Detta innebär att jämföra hur något faktiskt är skrivet med hur det skulle kunna vara skrivet utifrån en alternativ normativ utgångspunkt (Östman, 2008).

Resultat och analys

Tematisk analys av ett urval av texter

Texter inom tre områden undersöktes: ”Skillnad i lust mellan könen” (18 st.), 2. ”Sexuella läggningar” (18 st.) och 3. ”Kön och könsidentitet” (18 st.). Frågor och påståenden inom dessa områden var vanliga och förekom i alla undersökta klasser. Analys av texterna resulterade i att tre huvudteman kunde urskiljas, nämligen (a) Naturvetenskap kan utmana normer och myter, (b) Naturvetenskapen ger inte alltid enkla svar och

(c) Normer begränsar och skapar konsekvenser. Inom tema (a) kunde två subteman skönjas. Gränsen var inte skarp utan skillnaderna var snarare gradvisa och var till del kopplade till område och hur objektet för studien hade formulerats. Inom tema (b) identifierades tre subteman och inom (c) två subteman (se tabell 1).

(a) Naturvetenskap kan utmana normer och myter	**(b) Naturvetenskapen ger inte alltid enkla svar**	**(c) Normer begränsar och skapar konsekvenser**
Naturvetenskapliga undersökningar ger ej belägg för entydiga skillnader och kategorier	Naturvetenskapliga förklaringar är komplexa	Normer begränsar och skapar konsekvenser för normbrytare
Finns det hos andra arter kan det ej ses som onaturligt	Naturvetenskap ger inte hela förklaringen	Normer begränsar och skapar konsekvenser för alla
	Naturvetenskap påverkas av normer	

Tabell 1. Sammanställning av teman och subteman i ett urval av elevtexter.

Beskrivningar av teman och analys av följemeningar

Naturvetenskap kan utmana normer och myter

Under detta tema återfanns två tydliga subteman som var tydligt kopplade till val av fråga.

Subtemat ”Naturvetenskapliga undersökningar ger ej belägg för entydiga skillnader” var vanligast medan det andra subtemat ”Finns det hos andra arter kan det ej ses som onaturligt” endast förkom i de texter (8 st.) som undersökte varianter på frågan om homosexualitet var naturligt. Inte i någon text presenterades entydiga naturvetenskapliga belägg för de skillnader eller dikotomier som skulle utredas. Det framkom snarare att de naturvetenskapliga beskrivningarna och förklaringarnas komplexitet kunde utmana normer och föreställningar om skillnader som till exempel det binära könssystemet. Exempel:

> ”Det intressanta är att både penis och klitoris utvecklas från samma vävnad och könsvariationen är så bred att det ibland är omöjligt att identifiera en människans kön då det inte går att dra en gräns för var det ena börjar och det andra slutar. Istället påminner könet mer om ett spektrum av olika variationer och inte en binär indelning.”

När det gällde frågor ifall homosexualitet var naturligt så kom alla fram till att eftersom homosexuella handlingar förkommer hos många andra djur så går det inte att avfärda som ”onaturligt”. Det här framhölls som en viktig slutsats eftersom ”andra” (än skribenten själv) kan använda ”onaturligt” som argument för att förvägra homosexuella samma rättigheter som heterosexuella. Exempel:

"Det (homosexualitet) förekommer hos andra varelser i naturen och påverkar inte heller naturens reproduktions negativt. I själva verket är det faktiskt påvisat att homosexuella relationer kan vara fördelaktigt istället. Dessa fakta kan användas om man vill bemöta ett påstående som ser ut att förlita sig på vetenskap."

Följemening i texterna kan bli att biologiska förklaringar har företräde och status som "sanning". Extra tydligt blir det i frågorna rörande om homosexualitet var onaturligt. Frågorna i sig befäster homosexualitet som något avvikande som måste förklaras, men här finns viljan att berättiga homosexualitet och det genom att jämföra med iakttagelser av andra djur. Det blir ett exempel på den i inledningen beskrivna "kulturella bumerang-effekten" (Ganetz, 2004) om än i andan av "välviljans ideologi" (Skolverket, 2006).

Naturvetenskapen ger inte alltid enkla svar

Temat återfanns i alla texter och ofta med minst två av tre subteman (se tabell 1) i kombination. Naturvetenskapliga förklaringar är komplexa var vanligt i alla texter (42 av 54). När skillnad i lust mellan kvinnor och män undersöktes så visade det sig till exempel att sambandet mellan sexuell lust och testosteron inte är så enkelt:

"Angående testosteron fann forskarna att sexlusten för personer med testosteronbrist ökade när testosteron tillsattes, vilket var väntat. Däremot har annan forskning visat att sexlusten inte ökade när testosteron tillsattes till personer som redan hade normala nivåer (Karolinska Institutet, 2014). Det verkar som att testosteron är viktigt för sexlusten, men mer testosteron betyder inte nödvändigtvis högre sexlust"

I texter där den binära könsnormen eller transsexualitet undersöktes var detta tema också tydligt, de biologiska aspekterna av kön visade sig vara komplexa och i texterna framträdde ett spektrum av kön. Inte ens den genetiska aspekten av kön var alltid enkel:

"År 1990 upptäcktes genen SRY på Y-kromosomen, som slår på utvecklingen av manliga gonader. (...) Senare har man upptäckt att det även finns gener som aktivt stimulerar utvecklingen av äggstockar och hämmar utvecklingen av testiklar, i motsats till vad man tidigare trott – att utvecklingen av kvinnliga könsorgan var ett passivt standardtillstånd. (...) Det som nämnts hittills är bara några exempel på komplexiteten vad gäller kön kopplat till genetik."

När biologiska orsaker till homosexualitet undersöktes presenterades ofta en kombination av aktuell genetisk, epigenetisk och embryologisk forskning. Även här fanns förklaringarna komplexa. Så här refererar en elev till en uppföljningsstudie av sambandet mellan variation i Qx28 genen och manlig homosexualitet:

"Det underströks dock att det var mer komplicerat än tidigare befarat och att flera andra gener troligen spelade för en individs sexuella läggning."

Det lyftes också ofta i texterna att naturvetenskap inte ger hela förklaringen (36 av 55) utan psykologiska och sociala förklaringar (normer) är lika viktiga och ibland viktigast. Så här sammanfattar en elev:

> "Sammanfattningsvis är sexlusten olika för alla människor oavsett kön och sexualdriften påverkas inte av det biologiska könet. Alla människor kan få minskad sexlust och inte bara kvinnor. Den psykiska och fysiska hälsan samspelar, påverkar varandra och måste prioriteras för en normal balans i kroppen. Slutligen är de normer om sexualdriften egentligen inte baserade på naturvetenskaplig information, utan det är åsikter grundade från historien och dess religion och kultur."

I lite mindre än hälften av texterna (24 av 54) återfanns explicita skrivningar om att vetenskapen kan påverkas av normer, dels när det gäller metod, dels när det gäller formulering av forskningsfrågor. Metodproblematiken var tydligast när det gällde att undersöka skillnad i lust mellan män och kvinnor som en elev här visar:

> "En stor del av studierna har utformats genom att individer själva svarat på olika frågor. Detta kan leda till systematiska mätfel. Eftersom manlig sexlust uppmuntras mer av samhället är det rimligt att ifrågasätta huruvida män och kvinnor är lika ärliga när de svarar på frågor."

Att normerna påverkar vad som blir formulerat som forskningsfrågor var framgick tydligast i texter som undersökte frågor om sexualitet. Här är några exempel:

> "Vidare speglas i forskningen också normen att manlig sexualitet är i fokus i samhället idag. Detta då dem flesta studier undersöker manlig homosexualitet, och inte kvinnlig dito."

> "Inte i en enda av studierna om kvinnors sexuella läggning förändras oftare än mäns nämns det att även transkvinnor eller att folk som identifierar sig med något annat än de två juridiska könen blivit inkluderade, vilket leder till slutsatsen att frågan är sedd ur ett mycket binärt, icke-transinkluderande perspektiv."

> "Den moderna människans törst efter att på ett naturvetenskapligt plan förstå varför människor har olika sexuella läggningar har i avsaknaden av hetero-forskning varit problematisk, eftersom den cementerat homosexualitetens status som abnormalt."

Att de biologiska förklaringarna var komplexa och otillräckliga var något eleverna återkom till i sina undersökningar. Följemening i texterna rör synen på naturvetenskapens karaktär: naturvetenskap ger inga enkla svar utan den framträder som en process där förklaringar utvecklas, motsäger varandra och kompletterar varandra. Forskning är inte heller en värdeneutral process utan växelverkar med det omgivande samhällshetsnormer. Biologi som "sanning" blir här utmanad från två håll. Dels tar eleverna del av aktuell forskning, som i sig ger en nyanserad bild av vad naturvetenskap egentligen kan ge svar på. Dels börjar de kunna formulera sig normkritiskt om forskning.

Normer begränsar och skapar konsekvenser

I alla texter utom en (53 av 54) synliggjordes att brott mot normer, framförallt mot heteronormen får konsekvenser för normbrytare. Konsekvenserna av detta hanterades dock lite olika mellan de tre områdena.

I de texter som undersökte skillnad i lust mellan män och kvinnor var sexlusten eller sexdriften objekt och i de flesta texter gjorde författarna tydligt att undersökningen var avgränsad till heterosexuella och de definierade vad de menade med ”man” och ”kvinna”. I alla texter framkom det att cisheterosexualitet ska ”göras” på ett visst sätt och framförallt ciskvinnors som bryter mot normen utsätts för sanktioner (18 av 18). Föreställningen om att män skulle ha starkare lust eller sexuelldrivkraft än kvinnor var i de flesta (16 av 18) texter kopplat till det som på engelska kallas ”slutshaming” (”slampskamning” i svensk översättning). En elev förklarar så här:

> ”Om nu en kvinna valt att bejaka sin sexualitet och varit öppen med sin sexuella aktivet blir hon ofta ”slutshamed”, vilket innebär att hon blir utpekad eller stämplad som hora. Ordet hora används flitigt som skällsord, vilket också indikerar att en kvinna som ligger med många är synonymt med någonting fult. En man i samma situation blir å andra sidan hyllad med ryggdunkningar och anses vara ”manlig”, vilket klingar positivt.”

Referenser till populärkulturen, till exempel dokusåpan *Paradise Hotel*, användes ofta som belägg för den här normen.

Några texter (4 av 18) visade också att förställningar om mäns starkare lust får konsekvenser även för männen, alltså att normen begränsar alla:

> ”Normen om att män är sexgalna bestar och att kvinnor inte har särskilt mycket sexlust kan på flera sätt vara skadlig. Dels skapar det ett socialt tryck på män att alltid vilja ha sex och att man därför skäms om man inte får upp den, för som man ska man ju alltid vara kåt!”

Ett par texter berör också att myten om en okontrollerbar manlig sexualitet riskerar att rättfärdiga sexuella övergrepp och våldtäkt. I texter där objektet var transsexualism, könskorrigering eller homosexualitet diskuterades konsekvenserna, för det mesta, enbart för normbrytarna (32 av 36). I många texter användes statistik på ohälsotal och personliga berättelser för att redogöra för konsekvenser för personer som befinner sig utanför heteronormen. Det fanns också tendenser att objektifiera ”de avvikande”. Även om texterna synliggjorde normer och var positivt inställda blev perspektivet snarare ”de andra”. Här är ett exempel på vad som kan beskrivas som välvilligt accepterande av den andra:

> ”Generellt har det blivit mer accepterat att prata om transsexualism och transpersoner, men transpersonerna själva håller kanske inte alltid med (…) Resultatet blir att man utsätter sin kropp för ingrepp som kan generera till negativa konsekvenser som påverkar resten av livet. Det borde istället vara accepterat att räknas som man eller kvinna oberoende av vilket biologiskt kön en har, vilket skulle innebära att könskorrieringar inte skulle vara nödvändiga.”

Resonemanget går ut på att transpersoner skulle genomgå medicinsk könskorrigering/ könskorrigerande operationer? bara för att bli accepterade av majoritetssamhället och detta skulle kunna undvikas om bara majoritetssamhället var mer accepterande. Trots all välvilja framstår texten som oförstående inför behovet av en kropp som passar med ens könsidentitet.

Det var i några texter med mer komplexa objekt, som ”etiketter på sexuella läggningar” eller ”det binära könssystemet” (4 av 36), som det tydligt synliggjordes att normer påverkar alla och att alla tjänar på en uppluckring av normerna:

> ”Det är även viktigt att uppmuntra personer inom hetero- och cisnormen att fundera över sin könsidentitet, både för deras egen skull och för att synliggöra normerna.”

> ”Om vi känner behovet av att förklara vår sexuella läggning kan vi göra det utan etiketter genom att beskriva vilka vi blir attraherade av. Folk kommer förstå ändå. Utöver det kan det ifrågasättas varför vi ens ska behöva förklara vår sexuella läggning. Personligen tycker jag det kan räcka med att vi blir kära i människor.”

Det blir en skillnad i följemening mellan att välja binära könsnormen eller transsexualism som studieobjekt. Samma område som ska utforskas, men val av objekt: normen eller normbrytarna, ger olika ingång i diskussionen. Även om texterna som handlar om transsexualism i sig synliggör heteronormen och är positivt inställda, blir perspektivet snarare *om* den andra snarare än *för* och *med* den andra. Transsexualitet tenderar att beskrivas som en ”naturlig avvikelse” som ska accepteras/tolereras. Här syns alltså ytterligare en tendens till ”välviljans ideologi”. Samma skillnad såg vi i texterna med objekt som var antingen sexuell läggning eller homosexualitet. I det senare valet av objekt fanns också tendenser till att perspektivet blev *om* den andra. I texterna som handlade om skillnader i lust mellan kvinnor och män såg vi inte denna tendens utan där var normerna i fokus.

I de flesta texter framgår det också att det var just normer och framförallt heteronormen som skapade konsekvenser som diskriminering, trakasserier och psykisk ohälsa. Men även om eleverna i sina texter synliggör heteronormens effekter, så är en följemening ändå att ”det avvikande” framstår som icke-önskvärt.

Diskussion

Den tematiska analysen av elevers texter, där frågor om sexualitet och kön utforskas, genererade tre huvudteman: ”Naturvetenskap kan utmana normer och myter”, ”Naturvetenskap ger inte enkla svar” och ”Normer begränsar och skapar konsekvenser”. Inom dessa huvudteman återfanns subteman med olika följemening. Utifrån resultaten diskuteras här hur förställningar och normer rörande sexualitet och kön utmanades eller befästes i elevernas texter. Vidare diskuteras möjligheter och spänningar mellan normkritisk pedagogik och handlingskompetens perspektiv på sex- och samlevnadsundervisning. Avslutningsvis diskuteras metodologiska överväganden och kunskaper som studien genererat.

Att undersöka frågor om sexualitet och kön med naturvetenskap både utmanar och befäster normer

Vår undersökning visar att eleverna har kunnat få svar på vissa frågor med hjälp ~~med~~ av naturvetenskap till exempel om sexuella handlingar mellan individer av samma biologiska kön förekommer hos andra djur än människan. Analys av följemening inom temat ”naturvetenskap kan utmana normer och myter” indikerade att biologiska förklaringar ges företräde när det gäller att förklara frågor om sexualitet och kön. Undervisningens upplägg i sig kan tolkas i den följemeningen: att utforska frågor med naturvetenskap indikerar att naturvetenskapen kan kunna ge sanna svar. En uppgift som innebär att granska med hjälp av naturvetenskap/biologi kan alltså befästa den ”kulturella bumerang-effekten” (Ganetz, 2004) det vill säga att de naturvetenskapliga beskrivningarna, som är påverkade av den omgivande kulturens värderingar, används sedan för att rättfärdiga samma kulturella värderingar. Texter som undersökte frågor om homosexualitet var naturligt/onaturligt indikerade detta, men här med intentionen att visa att homosexualitet är acceptabelt. På ett plan exemplifierar texterna ”välviljans ideologi” i och med att utgångspunkten för frågorna positionerar homosexualitet som något som måste förklaras och rättfärdigas (Skolverket, 2006). Att ställa frågor om homosexualitet är naturligt eller onaturligt kan i sig ses som ett befästande av heteronormativitet och kan även uppfattas som kränkande. I texterna verkade det viktigt för skribenterna att kunna bemöta biologiska argument med biologiska argument för att kunna utmana homofoba uppfattningar. På så sätt har kanske möjligheten att få ställa och undersöka den här typen av frågor bidragit till en ökad handlingskompetens i fråga om att argumentera för människors lika värde och rättigheter. Det här är ett tydligt exempel på hur det kan uppstå spänningar mellan läroplanens uppdrag att motverka diskriminering och samtidigt låta eleverna utforska egna frågor utifrån sina egna erfarenheter. Den här studien ger inga svar på hur sådana här komplexa frågor bör hanteras, men den kan kanske bidra till fortsatta didaktiska samtal och forskning inom området.

Vår undersökning visade också att det i elevernas texter ofta framgick att naturvetenskapen inte ger några enkla svar och att de komplexa förklaringarna i sig utmanar stereotyper. Tidigare studier har visat att det är just förenklade beskrivningar av biologiska fenomen, till exempel antropomorfa beskrivningar av djurs beteenden, som befäster stereotyper (Arvola Orlander, 2016). Som beskrivits i resultaten här så visade det sig till exempel att sambandet mellan testosteron och sexuell lust inte var så enkelt och det var inte heller sambandet mellan gener och kön. Djupare insikter i de biologiska processerna ger en mer nyanserad bild och utmanar den binära indelning av kön som heteronormativiteten bygger på. Frågan är om det är tillräckligt för att förändra till exempel de skillnader i sexuellt handlingsutrymme mellan kvinnor och män som framkom i texterna som undersökte skillnad i lust mellan könen. I ett heterosexuellt sammanhang förväntas fortfarande kvinnor ta ansvar för att ”hålla på sig” och ta ansvar för oönskade graviditeter (se t.ex. Centerwall, 2005). Att belägga en kvinna med skam genom att antyda att hon är mer sexuellt aktiv än vad normen förskriver kan få långtgående konsekvenser för den som drabbas och en debatt om detta

har väckts på flera håll i Sverige bland annat genom Katarina Wennstams *Flickan och skammen - en bok om samhällest syn på slampor* (2016). Kunskaper om att skillnaden mellan mäns och kvinnors lust inte är biologiskt determinerad kan vara viktiga kunskaper för unga människor när det egna agerandet i frågor om kön och sexualitet. Men som studier indikerat (WHO Regional Office for Europe2010) så har upplysande sexualundervisning varit otillräckligt för att öka jämställdhet utan här behövs också fortsatta diskussioner om värderingar.

I elevernas texter blir det alltså synligt att naturvetenskapliga förklaringar kan vara komplexa och föränderliga. Vidare lyftes det i många elevtexter att kulturella normer kunde påverka forskning. Inom de naturvetenskapliga ämnenas didaktik har betydelsen av att elever får förståelse för naturvetenskapens karaktär (Nature Of Science, NOS) problematiserat och studerats (se t.ex. Lederman & Lederman, 2011). Området anses viktigt för att undervisning i naturvetenskap ska bidra till utbildning av delaktiga medborgare. Den här studien visar konkreta exempel på ~~att genom~~ att när eleverna får möjlighet att utforska frågor med normkritik som verktyg så får de också möjlighet att utveckla ett mer nyanserat synsätt på naturvetenskap och kan förhålla sig kritiska till enkla svar på komplexa frågor. Kumashiro (2001) uttrycker det som att precis som vi lär eleverna att vara samhällskritiker och litteraturkritiker kan vi lära eleverna att inte bara vara matematiker och naturvetare, utan också kritiker av matematik och naturvetenskap.

Normkritik, tolerans och handlingskompetens

Ett normkritiskt perspektiv på undervisning innebär ett synliggörande av de normer som skapar förtryck och exkludering. Detta i kontrast till det som beskrivits som toleranspedagogik eller ”välviljans ideologi” där målgruppen för undervisningen antas tillhöra normen och de ska lära sig tolerera de som avviker från normen (Skolverket, 2006, Skolverket, 2013). I majoriteten av de elevtexter som studerats lyfts de negativa konsekvenser som kan följa på att man bryter mot heteronormen fram. I de flesta texter framgick det att det var just normerna och framförallt heteronormen som skapade diskriminering, trakasserier och psykisk ohälsa. Men även om eleverna på ett plan blivit medvetna om heteronormens effekter så bidrar texterna ändå till ett upprätthållande av det avvikande som icke önskvärt, då normbrott framställs som något riskfyllt. I linje med Martinssons (2008) studier så framstår då den socialt accepterade heterosexualiteten som det eftersträvansvärda. Den genomförda undervisningen har alltså drag av både normkritiskt perspektiv och toleranspedagogik.

Beskrivningarna av normbrytarnas utsatthet kan också ses som en möjlighet att se andra människors perspektiv och utveckla empati, vilket i sin tur kanske är en grund för att vilja agera och få möjlighet att utveckla handlingskompetens (Mogensen & Schnack, 2010). I en studie av vad som drev människor att vara aktiva i miljöfrågor framkom att känslomässiga reaktioner ofta var det som initierade en önskan om förändring (Almers, 2009, s 231).

För att utveckla människors vilja och förmåga att handla verkar också möten av kontrasterande perspektiv inom en gemensam värdegrund vara viktiga (ibid.,s 235).

Med en kärna av välvilja, till exempel uppfattningen om alla människors lika värde, så kan insikten om att normativa uppfattningar ändå exkluderar och kränker vara något som driver till fortsatt vilja att förstå och förändra.

Det teoretiska ramverket kring konstruktion av heteronormativitet kan vara svårt att förstå, både för lärare och för elever. Utifrån det performativa synsättet är normerna alla våra vanor om hur vi agerar och talar om till exempel kön. (Butler, 1990). Det gör att det kan vara svårt att både få syn på och ändra normer. I de analyserade texterna indikerade elevernas val av objekt, normen eller normbrytarna, att eleverna hade olika erfarenhet av normkritiska resonemang sedan tidigare. Genom att ge eleverna valfrihet att själva formulera frågor så erbjöds alla elever möjlighet att utveckla kompetens i att hantera frågor om kön och sexualitet utifrån sina tidigare erfarenheter. Utgångspunkten för utforskandet kunde därmed bli personligt, men den akademiska ingången till frågorna, att granska dem med normkritik och naturvetenskap, lyfte diskussionerna både i texter och muntligt i klassrummen. Diskussionerna karaktäriserades mindre av att ”tycka till” och mer av att eleverna fått begrepp och kunskap för att synliggöra komplexiteten i frågorna. Det finns inga enkla svar och kanske är det den viktigaste grunden för att utmana stereotypa föreställningar. Ur ett handlingskompetensperspektiv på undervisningen var det intressanta inte bara vad eleverna kom fram till utan också att eleverna fick möjlighet att utveckla kritiskt tänkande, empati och kompetens att utforska egna frågor.

Aktionsforskning: begränsningar och möjligheter

Aktionsforskning har i den här studien inneburit att lärare har forskat om sin egen undervisning, vilket väcker många etiska frågor. Det handlar bland annat om lärarens subjektiva position när det gäller urval, hantering och analys av data och om elevernas beroendeställning till den undervisande läraren. När det gäller lärarnas urval och analys av data, har vi här försökt vara så tydliga som möjligt med hur processen gått till. Vi har också valt att presentera rikligt med exempel från texterna. Analyserna har också gjorts en tid efter att kurserna avslutats, vilket har ökat möjligheten att se på dem med en forskande blick. Det etiska dilemmat med elevers beroende är mer problematiskt. Vi valde här att be om tillstånd efter att kurserna var avslutade och betygen satta. Ingen av de forskande lärarna skulle heller undervisa skribenterna till de studerade texterna efter att vi frågat om tillstånd. Att några elever valde att tacka nej visar att det var ett möjligt alternativ.

Studien kan ses som en fördjupad kartläggning och kan utgöra underlag för utformning av nya undervisningssekvenser. Det svenska gymnasiets kursutformning kan dock göra det svårt att följa det ideala cykliska förloppet i aktionsforskning. Nästa läsår innebär i de flesta fall nya kurser och nya elever för lärare. Det är inte alltid säkert att samma kurs återkommer från ett år till ett annat för en lärare. De kunskaper vi kan ta med oss från den här fördjupade kartläggningen är att det går att utforma undervisning om sex och samlevnad som inte bara handlar om att ”tycka till”. Det är möjligt att utforma en undervisning som ger eleverna verktyg för att hantera den komplexitet som ämnet innebär. Vi har också fått kunskaper om att sex- och

samlevnadsundervisning med kritisk granskning som utgångspunkt, kan medföra möjlighet till insikter om naturvetenskapens karaktär. Tidigare forskning (Hast & Danielsson, 2016) har visat att det kan vara svårt att röra sig bort från resonemang som bottnar i ett toleransperspektiv mot resonemang som istället problematiserar konsekvenser av de egna exkluderande normerna. Samma tendens ser vi även i denna studie. Ett sätt att utveckla undervisningen skulle därför kunna vara att låta eleverna granska formuleringarna av sina egna frågor innan de börjar undersöka dem. De normkritiska resonemangen skulle även kunna användas som ett perspektiv inom alla delar av ämnena biologi och naturkunskap. Den här studien synliggör inte i vilken utsträckning den genomförda undervisningen har stärkt elevers handlingskompetens när det gäller förmåga att fatta beslut som berör dem själva. Här skulle någon typ av uppföljningsstudie vara intressant, till exempel intervjuer med eleverna efter avslutat gymnasium.

Tack till Auli Arvola Orlander, F.D., Forskare på Institutionen för matematikämnets och naturvetenskapsämnenas didaktik (MND), Stockholms Universitet

Referenser

Ah-King, M. (2012). *Genusperspektiv på biologi*, Stockholm: Högskoleverket.

Almer, E. (2009). *Handlingskompetens för hållbar utveckling – tre berättelser om vägen dit.* (Diss.). Jönköping: School of Education and Communication Jönköping University.

Arvola Orlander, A. (2014). What if I were in a test tube?. *Cultural Studies of Science Education*, vol. 9, nr. 2, ss. 409-431.

Arvola Orlander, A. (2016). "So, What Do Men and Women Want? Is It Any Different from What Animals Want?" Sex Education in an Upper Secondary School. *Research in Science Education*, vol. 46, nr. 6, ss. 811-829.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. Qualitative research in Psychology, vol. 3, nr. 2, ss. 77-101.

Butler, J. (1990). *Gender trouble* (2 uppl.). New York: Routledge.

Centerwall, E. (2005). Med moralen som styrmedel. I: A. Nilsson, (red.), *Hela livet. 50 år med sex- och samlevnadsundervisning*. Stockholm: Skolverket, ss. 25-33.

Conell, R. (2005). *Masculinities* (2 uppl.). Cambridge: Polity.

Ganetz, H. (2004). Familiar Beasts Nature, Culture and Gender in Wildlife Films on Television. *Nordicom Information*, vol. 25, nr. 1-2, ss. 197-213.

Gustafsson, B., Hemrén, G. & Petersson, B. (2004). *Vad är god forskningssed? Synpunkter, riktlinjer och exempel.* 1:a red. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Haraway, D. J. (1991). *Simians, Cyborgs and Women*. 1:a red. London: Free Associations Books.

Hast, L. Y. & Danielsson, A. T. (2016). "I normala fall gillar tjejer killukt" Naturkunskapens sexualitets- och relationsundervisning analyserad ur ett heteronormativitetsperspektiv. *NorDiNa: Nordic Studies in Science Education*, vol. 12, nr. 1, ss. 21-35.

Karolinska Institutet (2014). *Begärets brinnande låga*. Tillgänglig online [hämtad av

elev från http://ki.se/forskning/begarets-brinnande-laga].
Kumashiro, K. K. (2001). "Posts" Perspectives on Anti-Oppressive Education in Social Studies, English, Mathematics, and Science Classrooms. *Educational Researcher*, vol. 30, nr. 3, ss. 3-12.
Lederman, N. G. & Lederman, J. S. (2011). The Development of Scientific Literacy. I: C. Linder m.fl. (red.), *Exploring the Landscape of Scientific Literacy*. New York & London: Routledge, ss. 127-144.
Ledwith, M. (2007). On being critical: uniting theory and practice. *Educational Action Research*, vol. 5 nr. 4, ss. 597-611.
Luthman, S. (2018). *Sex och samlevnadsundervisning*. Skolinspektionen.
Martin, E. (1991). The egg and the sperm: how science had constructed a romance based on male-female roles. *Signs*, vol. 16, nr. 3, ss. 485-501.
Martinsson, L. (2008). Normeras till frigörelse?. I: L. Martinsson & E. Reimers (red.), *Skola i normer*. Malmö: Gleerups, ss. 131-164.
Martinsson, L. & Reimers, E. (2008). *Skola i normer*. 1:a red. Malmö: Gleerups.
McNiff, J. (2013). Action research: principles and practice. 3:e red. New York: Routledge.
Mogensen, F. (1997). Critical thinking: a central element in developing action competence in health and environmental education. *Health Education Research*, vol. 12, nr. 4, ss. 429-436.
Mogensen, F. & Schnack, K. (2010). The action competence apporoach and the "new" discourse of education for sustainable development, competence and quality qriteria. *Environmental Education Research*, vol. 16, nr 1, ss. 59-74.
Olsson, H. & Eriksson, T. (2013). *Den onaturliga naturen*. 1:a red. Stockholm: RFSU.
Patton, G., Sawer, S. & Santelli, J. (2016). Our future: a commission on adolecent health and wellbeing. *Lancet*, vol. 387, nr. 10036, ss. 2423-2478.
Plejel, K. (2017). *Vi måste prata mer #metoo i skolan. Göteborgs-Posten*. Tillgänglig online: [Hämtad 19 jan. 2018 från http://www.gp.se/nyheter/debatt/vi-m%C3%A5ste-prata-mer-metoo-i-skolan-1.4864516].
RFSL (2015). *Begreppsordlista*. Tillgänglig online: [Hämtad 8 den aug. 2017 från https://www.rfsl.se/hbtq-fakta/hbtq/begreppsordlista/].
Rosenberg, T. (2002). *Queerfeministisk agenda*. Stockholm: Atlas.
Skolverket (2006). *I enlighet med skolans värdegrund? Rapport 285*, Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2011a). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*, Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2011b). *Ämne Biologi*. Tillgänglig online: [Hämtad den 19 jan. 2018 från https://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/gymnasieutbildning/gymnasieskola/bio#anchor1].
Skolverket (2013). *Sex- och samlevnadsundervisning i gymnasieskolan. Sexualitet, relationer och jämställdhet i de gymnasiegemensamma ämnena*. 1:a red. Stockholm: Skolverket.
Skolverket (2017). *Sex och samlevnad i undervisningen*. Tillgänglig online: [Hämtad

8 den aug. 2017 från https://www.skolverket.se/skolutveckling/vardegrund/sex-och-samlevnad/sex-och-samlevnad-i-undervisningen-1.250453].

Tikkanen, R. H., Abelsson, J. & Forsberg, M. (2011). *UngKAB*. Göteborg: Göteborgs universitet.

Wennstam, K. (2016). *Flickan och skammen*. Stockholm: Albert Bonnier Förlag.

WHO Regional Office for Europe , B. (2010). *Standards for sexuality Education in Europe,* Cologne: Federal Centre for Health Education, BZgA. Tillhänglig online: [Hämtad den 18 nov. 2015 från https://www.bzga-whocc.de/en/publications/standards-in-sexuality-education/]

Östman, L. (1998). How companion meanings are expressed by science education discourse. I: D. A., Roberts & L., Östman (red.), *Problems of Meaning in Science Curriculum. Ways of Knowing in Science Series.* New York: Teachers College Press, ss. 5-12. (ss.54-70?)

Östman, L. (2008). Analys av utbildningens diskursivitet. Normer och följemeningar i text och handling. *Utbildning och demokrati,* vol. 17, nr. 3, ss. 113-37.

Betydelsen av att variera innehållsliga aspekter för yngre elevers lärande av platsvärde

H Hansson

Sammanfattning

Forskning har visat att elever kan ha svårt att förstå platsvärde och att undervisning inte alltid lyckas med att utveckla deras kunskap om begreppet. Syftet med studien är att bidra med kunskap om undervisning av platsvärde i grundskolans tidigare år. I studien definieras platsvärde som det värde en siffra representerar i ett tal, utifrån var i talet den står. Studien genomfördes av en grupp lärare och en forskare i en interve-nerande och iterativ process med 20 elever i grundskolans årskurs 2. Variationsteorin har använts för att analysera videoinspelade lektioner med fokus på vad som gjordes möjligt att lära i undervisningen. Detta jämfördes sedan med eftertest som visade vad eleverna hade lärt sig. Resultatet visar att, när det gäller några av platsvärdets aspekter, verkar vissa variationsmönster som skapades i undervisningen ha varit mer gynnsamma för elevernas förståelse, än andra. Härvidlag förefaller de exempel som används att vara av betydelse. Studiens teoretiska bidrag och relevans för lärares undervisningspraktik diskuteras.

Nyckelord: platsvärde, variationsteori, matematikundervisning, interventionsstudie

Henrik Hansson är lärare i matematik, naturveten-skap samt idrott och hälsa. Han är även lärarfort-bildare och skolutvecklare. För närvarande är han också doktorand vid Jönköping University inom forskarskolan Learning Study.

Abstract

Research has shown that students may have difficulties understanding place value and that teaching does not always succeed to develop their knowledge about the concept. This study aims to contribute to the knowledge about how place value can be taught in the early years of school. In the study place value is definied as the value represented by a digit in a number on the basis of its position in the number. The study was conducted by a group of teachers and a researcher in an interventional and iterative process with 20 students in primary school grade 2. Variation theory was used to analyse what was possible to learn, which was compared to test results of what the students had learned. The results show that, regarding some aspects of place value, certain patterns of variation created in teaching seemed to have a more positive effect on students understanding, than other. In that respect, the examples used appears to be of importance. The theoretical contribution of the study and its relevance for teaching practice are discussed.

Keywords: Place value, Variation theory, Primary school, Intervention study

Introduktion

Förståelse av decimalsystemet[1] är grundläggande för att kunna utveckla kunskap inom aritmetik (Laski & Vasilyeva, 2014; Tempier, 2016; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007). Ett centralt begrepp i relation till decimalsystemet är platsvärde (Sun & Bartolini Bussi, 2018a). Insikter om platsvärde ger både en djupare förståelse av rationella tal (Sun, Chambris, Savers, Siu, Dorier, González, Thanheiser, Azrou, McGarvey, Houdement & Ejersbo, 2018b) och tals strukturer (Sun & Bartolini Bussi, 2018) samt är en bra grund för att kunna utföra beräkningar i de fyra räknesätten (Ma, 1999). I denna studie undersöks hur undervisning kan bidra till elevers förståelse av begreppet platsvärde. Data har hämtats från ett samarbete mellan lärare och forskare som gemensamt i en intervenerande och iterativ process undersökt hur platsvärde kan undervisas.

Elever kan ha svårt att förstå platsvärde, till exempel att identifiera vad som är ental, tiotal respektive hundratal i flersiffriga naturliga tal (Cawley, Parmar, Lucas-Fusco, Kilian & Foley, 2007; Fuson, 1990; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007). Ibland tar de enbart hänsyn till den enskilda siffrans värde istället för att även ta hänsyn till positionens värde (Fuson & Briars, 1990; Kamii, 1986; Verschaffel, Greer & De Corte 2007). När de väl tar hänsyn till positionens värde, beskriver de ibland platsvärde som enbart positionens värde (Ross, 1989). Exempelvis kan de beskriva platsvärdet av siffran ’3’ i talet 308 som hundra, istället för 3 hundratal eller tre hundra. Även nollans betydelse kan vara problematisk. Istället för att uppfatta siffran ’0’ som att den beskriver antalet noll av en positions värde (till exempel noll tiotal, i talet 308), kan elever uppfatta den som ”ingenting” (Gallardo & Hernandez, 2006). Dessutom kan elever förstå platsvärde på en ytlig nivå. De förstår då inte relationerna mellan positionernas

1 Decimalsystemet (även kallat det decimala talsystemet eller tiobassystemet) är ett positionssystem med talbasen tio.

värden, till exempel att tio tiotal ger *en* siffran '1' i hundratalspositionen (Cawley m.fl., 2007; Fuson, 1990; Fuson & Kwon, 1992; Herzog, Ehlert & Fritz, 2017; Kamii, 1986; Tempier, 2016; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007).

Undervisning om platsvärde

I tidigare studier framkommer att användning av olika representationer för platsvärde ökar elevers kunskap om begreppet. Då exempelvis elever ritar bilder av ental, tiotal och så vidare (Fuson, Smith & Lo Cicero, 1997), använder tiobasmateriel (Fuson & Briars, 1990) eller relaterar olika representationer till varandra (språkligt, med bilder, konkret materiel, skrivna symboler) (Hiebert & Wearne, 1992) har man funnit positiva effekter på deras lärande. För att tiobasmateriel ska ge avsedd effekt, behöver elever emellertid ha arbetat med det under längre tid, samt förstå dess specifika strukturer och förutsättningar (Mix, Smith, DaSha Stockton, Cheng, & Barterian, 2017). I andra studier framkommer dock att konkreta representationer inte alltid räcker till för att utveckla kunskap om platsvärde utifrån relationerna mellan positionernas värden (Bednarz & Janvier, 1982; Thomas, 2004). Därför kan det vara intressant att undersöka hur undervisning om platsvärde kan genomföras med andra utgångspunkter.

Få studier har undersökt hur innehållet kan varieras i undervisningen för att utveckla elevers kunskap om platsvärde. Ett undantag är en studie av Thanheiser och Melhuish (2018). De utgick från en lokal undervisningsteori till viss del grundad på variationsteoretiska principer. För att vissa aspekter av decimalsystemet skulle bli synliga fick eleverna jämföra detta med andra talsystem. Resultatet visar att eleverna utvecklade kunskap om decimalsystemet och begreppet platsvärde.

I föreliggande studie används, liksom i Thanheiser och Melhuishs (2018) studie, variationsteoretiska principer för att synliggöra aspekter av platsvärde. Variationsteorin är en teori om lärande som betonar att aspekter av innehållet måste varieras för att dessa ska vara möjliga att urskilja (Marton, 2015). Medan Thanheiser och Melhuishs studie gällde lärarstudenter, har denna studie genomförts med elever i grundskolans årskurs 2. Vidare skiljer sig studierna åt när det gäller vilka aspekter av platsvärde som studerats.

Syftet med studien är att fördjupa förståelsen för undervisningens betydelse för elevernas förståelse av platsvärde i grundskolans tidigare år. Forskningsfrågan är:

- Hur kan aspekter av innehållet varieras i undervisning för att skapa möjligheter för eleverna att utveckla förståelse av platsvärde utifrån decimalsystemets principer?

Platsvärde och dess aspekter

I studien definieras platsvärde det värde en siffra representerar i ett tal, utifrån var i talet den står. En siffras plats beskriver värdet för positionen som den står i och siffran beskriver antalet av det värdet (Sun m.fl., 2018b). Exempelvis beskriver siffran '4' i talet 416 platsvärdet 4 hundratal eller 400. Platsvärdet framkommer både av den position som siffran '4' står i samt att siffran '4' representerar antalet fyra av positionens

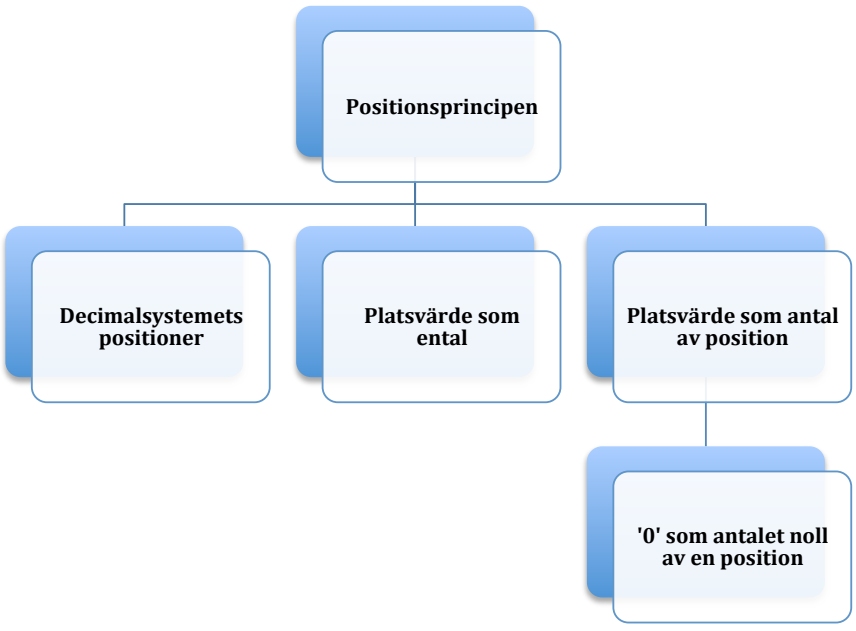
värde. Detta innebär att platsvärde enbart framträder i numeriska representationer av tal och inte i materiel som till exempel tiobasmateriel (Pimm, 2018). En tiostapel visar exempelvis antalet tio som en tiogrupp, men den visar inte positionen. Materiel kan därmed enbart representera ett specifikt värde men inte att det är genom värde och position *tillsammans*, som platsvärdet framkommer.

Platsvärdets aspekter utifrån två principer

I decimalsystemet är platsvärde baserat på två principer; positionsprincipen och decimalprincipen (Fuson, Wearne, Hiebert, Murray, Human, Olivier, Carpenter, Fennema, 1997; Ross, 1989; Tempier, 2016). Positionsprincipen innebär att varje siffras position relaterar till ett specifikt värde (i naturliga tal, de positiva heltalen, innehar andra platsen från höger värdet tio eller tiotal). Decimalprincipen innebär att tio av varje specifik position har samma värde som *en* av den närmast högre positionen, det vill säga positionen till vänster (tio tiotal har samma värde som ett hundratal). Principerna bygger på varandra (Tempier, 2016) men för att tydliggöra de aspekter som studien fokuserar på beskrivs positionsprincipens respektive decimalprincipens aspekter separat.

Positionsprincipens aspekter

Platsvärde utifrån positionsprincipen innefattar många aspekter, men i studien fokuseras på aspekterna *decimalsystemets positioner, platsvärde som ental, platsvärde som antal av en specifik positions värde*, och *siffran 'o' som antalet noll av en position* (se figur 1).



Figur 1. *Aspekter av positionsprincipen som fokuseras på i studien.*

För att kunna beskriva ett platsvärde är det viktigt att kunna identifiera positionens värde i decimalsystemet (Verschaffel, Greer & De Corte, 2007). I talet 136 innebär det att identifiera att siffran ’1’ står i hundratalens position, siffran ’3’ i tiotalens position och siffran ’6’ i entalens position. Det finns inget gemensamt begrepp i litteraturen för positionernas värden (Chambris, 2018), men i artikeln benämns de som aspekten *decimalsystemets positioner*.

Att enbart kunna identifiera positionernas värden ses emellertid som en procedurell och otillräcklig förståelse av begreppet platsvärde (Ma, 1999). För att också förstå platsvärde konceptuellt behöver detta förstås utifrån begreppet enhet (översatt från engelskans unit). En enhet kan ses både som ’en sak’ eller ’en grupp som utgör en sak’ (Ma & Kessel, 2018). Till exempel kan både antalet ett och antalet tio ses som en enhet. Det senare ses då som en enhet i form av ett tiotal bestående av tio ental. I relation till begreppet platsvärde innebär detta till exempel att förstå platsvärdet för siffran ’3’ i talet 136, som både 30 (enhet som ’en sak’) och 3 tiotal (enhet som ’en grupp som utgör en sak’). I artikeln benämns det förra som aspekten *PLV ental* (platsvärde som ental, 30) och det senare som aspekten *PLV antal av position* (platsvärde som antal av en specifik positions värde, 3 tiotal). Forskare (Chambris, 2018; Fuson, Smith & Lo Cicero, 1997; Fuson m.fl., 1997; Thanheiser, 2009) argumenterar för att elever behöver förstå platsvärde på båda sätten.

I numeriska representationer av tal har siffran ’0’ viktiga betydelser (Ma & Kessel, 2018; Thanheiser & Melhuish, 2018). Dels uppehåller siffran ’0’ en position för att kunna representera ett specifikt tal (Fuson, 1990), dels beskriver den det specifika antalet noll av en position, till exempel noll tiotal i talet 202. I studien fokuseras på den senare betydelsen och benämns i artikeln som aspekten *siffran ’0’ som antalet noll av en position*. Aspekten ses även som en specifik variant av aspekten *PLV antal av position* (se figur 1).

Decimalsprincipens aspekter

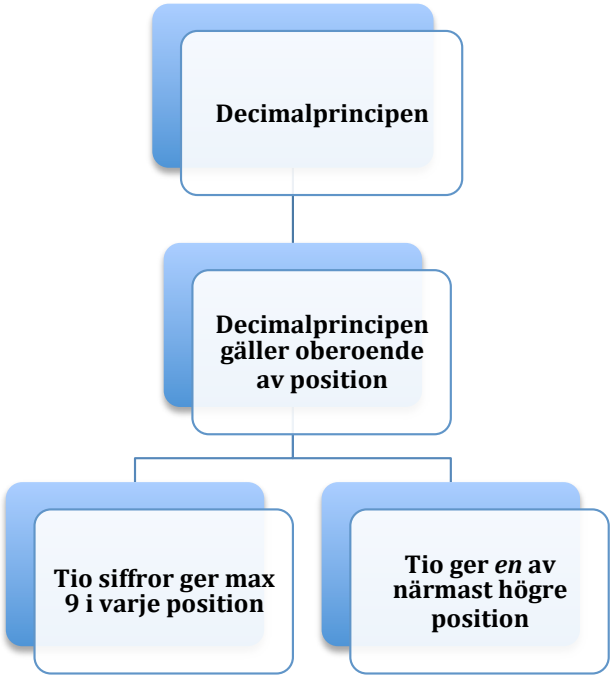
Ofta får elever endast möjlighet till en begränsad förståelse av platsvärde i form av enbart positionsprincipen (Cawley, Parmar, Lucas-Fusco, Kilian, Foley, 2007). Forskare (Cawley m.fl., 2007; Fuson, Smith & Lo Cicero; 1997; Fuson, 1990; Kamii, 1986; Thanheiser, 2009) argumenterar för att elever även behöver förstå platsvärde utifrån decimalprincipen. Även denna princip innefattar många aspekter, men i studien fokuseras på aspekterna *decimalprincipen gäller oberoende av position, tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position och tio ger en av närmast högre position,* som illustreras i figur 2.

I decimalsystemet finns enbart tio siffror (0, 1, 2, … , 9) vilket innebär att det inte är möjligt att ange mer än ’9’ av en positions värde när tal representeras numeriskt (Fuson, 1990). I talet 492 går det till exempel inte att ange fler tiotal i tiotalens position. I studien kallas detta för aspekten *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position*.

Som en konsekvens av detta följer att, om det finns tio av en positions värde, beskrivs dessa istället som *en* av närmast högre positions värde (Fuson, 1990; Fuson m.fl., 1997; Thanheiser, 2009), det vill säga positionen till vänster. I talet 120 finns till

exempel tolv tiotal och tio av dem beskrivs som ett hundratal, vilket anges med siffran '1' i hundratalens position. I studien kallas detta för aspekten *tio ger en av närmast högre position*.

Även om aspekterna kan beskrivas separat på detta sätt, kan de ej separeras när tal representeras numeriskt. Att tio av en positions värde ger en av den närmast högre positionens värde, är en *konsekvens* av att det enbart går att representera upp till 9 i varje position. Med andra ord är aspekten *tio ger en av närmast högre position* en konsekvens av aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.*.



Figur 2. *Aspekter av decimalprincipen som fokuseras på i studien.*

Decimalprincipen, i termer av dessa två aspekter gäller dessutom oavsett vilken av decimalsystemets positioner som innehar tio till antalet (Fuson, 1990). Om det till exempel finns tio ental går det inte representera dem i entalspositionen längre eftersom det endast går att representera upp till nio ental där och därmed måste dessa beskrivas som ett tiotal. På samma sätt gäller att om det finns tio tiotal går det inte att representera dem i tiotalspositionen längre eftersom det maximalt går att representera upp till 9 tiotal där och därmed måste dessa beskrivas som ett hundratal. Denna princip är alltså oberoende av position och kallas i studien för aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position*.

Variationsteori

I studien undersöks hur aspekter av innehållet kan varieras i undervisning för att elever ska utveckla förståelse av begreppet platsvärde. Variationsteorin (Marton, 2015) har använts dels som ramverk för planering och utvärdering av undervisning

när data genererades, dels som redskap för att analysera data.

I variationsteorin ses lärande som en förändring av sättet att erfara ett fenomen (Marton, 2015). En förändring i erfarande sker när den lärande urskiljer aspekter av fenomenet som hen inte tidigare urskilt, så kallade kritiska aspekter (Marton & Booth, 2000). Om till exempel platsvärde erfars som enbart de enskilda siffrornas värde, kan en kritisk aspekt vara att även kunna urskilja aspekten *decimalsystemets positioner*. För att en kritisk aspekt ska kunna urskiljas måste den lärande erfara en variation av aspekten i fråga (Marton, 2015) och undervisningens uppgift blir följaktligen att skapa sådana möjligheter att eleverna erfar dessa variationer.

För att ge den lärande möjlighet att urskilja en kritisk aspekt, behöver denna varieras mot en bakgrund av andra aspekter som är invarianta (Marton, 2015; Marton & Booth, 2000). Detta kallas för variationsmönster. När data från undervisningen i denna studie analyserades framkom till exempel ett variationsmönster där siffran '2' var invariant i alla positioner av talet 222. Läraren riktade elevernas uppmärksamhet mot att värdet av respektive tvåa varierar beroende av dess position i talet. Detta variationsmönster gör det möjligt att urskilja aspekten *decimalsystemets positioner*.

Metod

Forskningsansatsen är en form av utvecklingsforskning (Van den Akker, 1999), och har likheter med learning study (Pang & Marton, 2003). Som i de flesta genomförda learning studies har variationsteorin använts som ramverk för att planera och utvärdera undervisning och studien har genomförts av forskare och en grupp lärare tillsammans. En skillnad är emellertid att undervisningen i föreliggande studie har genomförts och reviderats i samma elevgrupp, medan det i learning studies brukar ske i olika elevgrupper.

Urval

Studien genomfördes i en kommunal F-4 skola, inom ramen för ett så kallat Ämnesdidaktiskt kollegium (ÄDK) (Mårtensson & Hansson, 2018). Lärargruppen valdes för att de tidigare har arbetat i ÄDK och därför har erfarenhet av att utveckla undervisning tillsammans. Data som används kommer från undervisning i en av lärarnas elevgrupper. Läraren, som hade 17 års lärarerfarenhet, anmälde sig frivilligt till att delta i studien. Hennes 20 elever som gick i en av grundskolans tidigare årskurser, valdes med anledning av intresset för hur platsvärde kan undervisas i dessa årskurser. De för studien fokuserade aspekterna (se figur 1 och 2) har dels valts för att de i tidigare forskning funnits vara centrala för att förstå platsvärde (till exempel Chambris, 2018; Fuson, 1990; Thanheiser, 2009), dels för att lärargruppen upplevde att eleverna hade behov av att lära dem.

Genomförande

Innan undervisningen påbörjades diskuterade lärargruppen vad platsvärde innebär och vad eleverna kunde ha för svårigheter. Därefter designades och genomfördes ett förtest utifrån studiens intervjustöd, underlag för exempel och frågor (se bilaga 1).

Bilaga 1

Uppgift 1

a) Eleverna får jämföra två tal på olika lappar: 207 & 027

b) Kommer inte eleverna med att de är större eller mindre kan vi säga att det är samma siffor i båda talen och då be dem jämföra talens storlek

c) Vi frågar sedan vad nollorna betyder

d) Vi frågar dem om man kan ta bort 0:orna i talen eller inte och vad det isåfall ger för nya tal.

Uppgift 2

a) Vi läser uppgiften för eleverna: En bonde har många kor på sin bondgård. Varje kväll räknar bonden sina kor och skriver upp antalet på en tavla. Han brukade alltid få det till samma antal kor och så även denna kväll, så han skrev talet 87 (vi visar pappret med talet 87). En dag köpte bonden tre nya kor (vi visar lappen med de tre korna och pilen ner mot talet 87). Hur många kor blev det när han räknade dem efter han köpt de nya korna?
    a. (Löser inte eleverna uppgiften alls kan vi ge dem svaret att det blir 90 och de får ändå försöka förklara utifrån nedanstående frågor)

b) Förklara vad det är som gör att det blir just de siffrorna (vi kan peka på siffrorna en och en i det nya talet, så de tvingas motivera hur det blivit just 9 och 0 och varför siffrorna förändrades från 8 och 7)

c) Förklara vad de olika siffrorna betyder i det nya talet

Fortsättning på uppgiften för att komma åt den upprepade principen:
En annan dag köpte bonden ytterligare 12 kor (vi visar lappen med de tolv korna och pilen ner mot talet 90 eller om de har ett annat tal lägger vi det över 90 så de tolv korna och pilen syns ner mot deras tal). Hur många kor blev det när han räknade dem efter han köpt de nya korna?

e) Förklara vad det är som gör att det blir just de siffrorna i det nya talet

f) Förklara vad de olika siffrorna betyder i det nya talet

Uppgift 3

a) Såhär säger en kompis om talet 726. Vad stämmer och vad stämmer inte, samt hur tänker du?
Talet 726
”Sjuan i talet är värd 700.
Den största siffran ska alltid stå först, tror jag.
2:an är mindre värd än 7:an.
6:an är mindre värd än 2:an.

b) Om du skulle resonera mer om talet 726, vad skulle du säga då?

Testet avsåg att pröva elevernas förståelse av positionsprincipens aspekter genom flera uppgifter. Uppgift 1c) prövade förståelsen av aspekten *siffran ’0’ som antalet noll av en position* och 1d) betydelsen av noll som platshållare. Uppgifterna 2c) och 2f) prövade förståelsen av alla de för studien fokuserade aspekerna av positionsprincipen. Med hjälp av påståendet ”2:an är mindre värd än 7:an” i talet 726 i uppgift 3a) prövades specifikt förståelsen av aspekten *decimalsystemets positioner.* Elevernas förståelse av decimalprincipens aspekter som fokuseras i studien prövades i två uppgifter. I uppgift 2a) prövades förståelsen av aspekterna *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.* och *tio ger en av närmast högre position*. Uppgift 2e) prövade förståelsen av dessa aspekter

igen samt även förståelsen av aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position*. Uppgift 3b) prövade elevernas förståelse av platsvärde som helhet. I analysen av elevernas svar bedömde lärargruppen att de fokuserade aspekterna (se figur 1 och 2) var kritiska för elevgruppen att urskilja och blev därför utgångspunkter då de planerade undervisningen. Undervisningen planerades och utvärderades av lärargruppen med stöd av variationsteorin, där kommande veckas undervisning utformades utifrån vad eleverna hade lärt sig av föregående veckas undervisning. Efter undervisningen genomfördes även ett eftertest (samma som förtestet, utifrån intervjustödet i bilaga 1), för att få indikationer på vad eleverna hade lärt sig.

Data och analys

I studien undersöks både vilka möjligheter till lärande som skapades i undervisningen och vad eleverna hade lärt sig. Data från för- och eftertest samt videofilmer från undervisningen har analyserats. Testdata utgörs av filmade semistrukturerade intervjuer (Kvale & Brinkmann, 2014). Intervjuerna, som gjordes av mig, genomfördes enskilt med varje elev i ett avskilt rum och var i genomsnitt cirka 18 minuter. Utifrån intervjustödet (bilaga 1) försökte jag hjälpa eleverna att uttrycka sin förståelse av platsvärde, genom frågor och uppmuntrande gester utan att leda dem till specifika svar. Data från undervisningen består av filmer från 14 lektioner á 40 minuter.

I undervisningen växlade elevernas arbete mellan individuella eller gruppvisa uppgifter och lärarledda genomgångar i helklass. Då det i studien undersöks vad som gjordes möjligt för alla elever att lära, har analysen begränsats till data från de lärarledda genomgångarna av de i studien fokuserade aspekterna.

Analysarbetet har genomförts i tre steg. Först har elevernas uttryck för förståelse av aspekterna i för- och eftertest analyserats och jämförts, därefter vilka aspekter som gjorts möjliga att urskilja i undervisningen. I det tredje steget har det som eleverna har lärt sig jämförts med de aspekter som varit möjliga att urskilja i undervisningen.

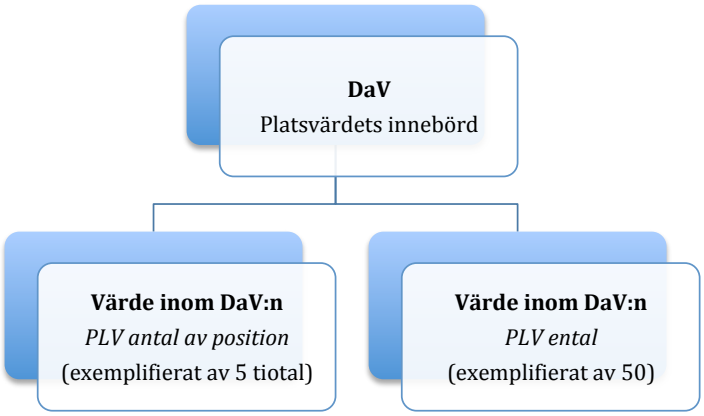
Intervjuerna har transkriberats ordagrant. För att eleverna ska ha bedömts kunna uttrycka förståelse av respektive aspekt av positionsprincipen fick de inte uttrycka sig felaktigt i någon av uppgifterna. I uppgift 3a) skulle eleverna exempelvis motivera sitt ställningstagande till påståendet att 6:an i talet 726 är mindre värd än 2:an (se bilaga 1). Flera elever menade att det var felaktigt eftersom ”sex är mer än två.” Detta har tolkats som ett otillräckligt uttryck för aspekten *decimalsystemets positioner*, eftersom eleverna då inte har tagit hänsyn till positionernas värde. I uppgift 2c) skulle eleverna förklara innebörden av siffrorna i talet 87. Om eleven sa att siffrorna står för tiotal respektive ental, har detta tolkats som ett otillräckligt uttryck för aspekterna *PLV ental* respektive *PLV antal av position*, eftersom detta svar enbart uttrycker positionernas värden, men inte antalet av respektive position. Däremot har svaret tolkats som ett tillräckligt uttryck för aspekten *decimalsystemets positioner*. För förståelse av aspekten *PLV ental* behövde eleverna uttrycka att siffrorna står för åttio respektive sju och för aspekten *PLV antal av position* behövde de uttrycka åtta tiotal respektive sju ental. Elevernas förståelse av aspekten *siffran ’0’ som antalet noll av en position*, har tolkats och bedömts på samma sätt som för aspekten *PLV antal av position*.

I uppgift 2b), där decimalprincipens aspekter prövades, skulle eleverna förklara varför siffrorna i talet 87 förändrades till 90 när tre lades till 87. En elev sa till exempel ”för att jag räknade, jag tänkte att åttiosju och så en ko till och så åttioåtta och så åttionio och nittio”. Visserligen använde eleven sig av en talramsa i sin förklaring och visade en procedurell kunskap, men eftersom det är den begreppsliga förståelsen av platsvärde som som vi ville komma åt, har svaret inte tolkats som uttryck för förståelse av de fokuserade aspekterna. En elev sa att ”entalspositionen blev full, det blev en grupp på tio” … ”då behövde vi växla över så det blev ett till” … ”då blev det en till tiogrupp (pekar på nian i 90)”. Eftersom eleven uttryckte att det är på grund av att det var tio ental som gjorde att de växlades över till ett tiotal, har detta tolkats som uttryck för förståelse av aspekten *tio ger en av närmast högre position*. Emellertid har svaret inte tolkats som uttryck för förståelse av aspekten *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position*, eftersom eleven inte har förklarat att detta sker för att det enbart finns tio siffror att tillgå och att det därför maximalt kan anges upp till nio i entalspositionen. Det har därav inte heller tolkats som ett uttryck för förståelse av decimalprincipen som helhet. För att ha tolkats som att kunna uttrycka förståelse av aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position*, som prövades i uppgift 2e), behövde eleverna ha uttryckt förståelse av aspekterna *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.* och *tio ger en av närmast högre position* i uppgift 2b). Därefter behövde de även kunna uttrycka dels att de tio tiotalen inte kunde representeras i tiotalspositionen därför att det max går att representera nio i tiotalspositionen, dels att de tio tiotalen ger ett hundratal.

När undervisningen har analyserats har den delats upp i olika moment. Startpunkt för ett moment har bestämts av när ett ”nytt” innehåll initierades i undervisningen och slutpunkt när undervisningen om det innehållet avslutades. Till exempel startade ett moment när läraren pekade på siffrorna 0-9 som fanns på tavlan och sa ” det här är ju dom siffrorna vi har” och så följde en diskussion om hur många siffror det finns i decimalsystemet. I undervisningen hänvisar läraren till decimalsystemet som tiobassystemet med benämningen 'tiobas'. Momentet avslutades när läraren sammanfattade diskussionen genom att säga ”i tiobasen har vi tio siffror”.

För att kunna analysera vilka aspekter som gjordes möjliga att urskilja i undervisningen har variationsteorin använts som analysverktyg. Utifrån teorins antagande om att den aspekt som varierar görs möjlig att urskilja när andra aspekter är invarianta, kan undervisning beskrivas i termer av vad som varit möjligt att lära (Al-Murani, Kilhamn, Morgan, Watson, 2018; Kullberg, Runesson Kempe & Marton, 2017). Följande exempel visar hur detta har tillämpats i analysen. Talet 156 fanns skrivet på tavlan och läraren frågade vad siffran ’5’ i talet betyder. En elev sa: ”den betyder femtio”, en annan ”fem tiotal.” Läraren skrev upp svaren som 50 respektive 5 tiotal på tavlan och konstaterade att båda svaren var korrekta. I analysen har fokus dels legat på vad som lyftes fram i undervisningen, dels vad som var invariant respektive varierade och därav vad som varit möjligt att urskilja. När läraren skrev upp elevernas svar på tavlan och sa att de var korrekta, lyftes det fram att platsvärdet kan beskrivas både som 50 och 5 tiotal. I detta fall var platsvärdet för siffran ’5’ i talet 156 invariant, eftersom enbart dettta platsvärde fokuserades. Genom att eleverna beskrev platsvärdet både som

50 och 5 tiotal, varierade detta. Platsvärde beskrevs således på olika sätt och därmed även dess olikan innebörd. Det variationsmönster som då skapades har tolkats så att, det öppnar upp 'platsvärdets innebörd' som en Dimension av Variation (DaV). *PLV antal av position* (exemplifierat av 5 tiotal) respektive *PLV ental* (exemplifierat av 50) utgör då olika värden inom dimensionen (se figur 3).



Figur 3. *Exempel på DaV (Dimension av Variation) och värden inom DaV:n som framkom i analysen.*

Enligt variationsteorin görs den DaV som öppnats upp i undervisningen möjlig att urskilja (Al-Murani m.fl., 2018; Marton, Runesson & Tsui, 2004). Således visar analysen av detta exempel att det gjordes möjligt att urskilja att platsvärde kan ha olika innebörd dels som *PLV antal av position*, dels som *PLV ental*.

Även om det inte finns ett kausalt samband mellan vad som varit möjligt att urskilja och vad som urskiljs (Kullberg, Runesson Kempe & Marton, 2017), är det troligt att en aspekt urskiljs om den görs möjlig att urskilja (Marton, 2015). Utifrån detta antagande analyserades hur elevresultaten, i termer av de aspekter som analysen visade att eleverna gav uttryck för att de förstod, speglade vilka aspekter som gjorts möjliga att urskilja i undervisningen.

Etik

I enlighet med vetenskapsrådets riktlinjer för god forskningssed (Vetenskapsrådet, 2017) informerades läraren och elevernas målsmän om studien via brev. Alla elevernas målsmän gav tillstånd till elevernas deltagande i studien och att videoinspelningarna fick användas i forskningssyfte. I artikeln har alla informanter anonymiserats och getts fiktiva namn.

Resultat

Avsnittet inleds med resultat från analysen av för- och eftertest (tabell 1). Därefter ges en detaljerad beskrivning av hur respektive aspekt (se figur 1 och 2) behandlats och vilka aspekter som gjorts möjliga att urskilja i undervisningen. Sedan beskrivs hur de aspekter som gjorts möjliga att urskilja i undervisningen (tabell 2) reflekteras i elevresultaten. Slutligen sammanfattas resultatet.

Elevresultat i för- och eftertest

Analysen av elevresultat mellan för- och eftertest visar att det finns en tydlig skillnad i ökning av lösningsfrekvens avseende vissa aspekter.

Av tabell 1 framgår att ökningen mellan för- och eftertest är betydande när det gäller vissa aspekter, men att det inte fanns någon ökning alls när det gäller andra aspekter. När det gäller siffrornas värde i flersiffriga tal uttryckte flertalet elever den enskilda siffrans värde istället för platsvärdet, fyra elever uttryckte förståelse av aspekten *decimalsystemets positioner* och enbart två elever kunde uttrycka platsvärde på något sätt i förtestet. I eftertestet däremot uttryckte 16 fler elever förståelse av aspekten *decimalsystemets positioner*, 15 fler kunde uttrycka förståelse av aspekten *PLV antal av position* och 14 fler kunde uttrycka förståelse av aspekten *PLV ental*. Även när det gäller nollans betydelse fanns en förändring. I förtestet uttryckte 14 elever att ”nollan betyder ingenting” och inte någon elev uttryckte förståelse av aspekten *siffran 'o' som antalet noll av en position*. I eftertestet däremot uttryckte 16 fler elever förståelse av denna aspekt. På samma sätt skedde en förändring det gäller aspekten *tio ger en av närmast högre position* och hur eleverna förklarade varför siffrorna i talet 87 förändrades till 90 när 3 lades till 87. I förtestet förklarade de flesta elever detta enbart med att det har lagts till 3 fler till 87 och därför räknar man upp till 90 medan ingen av eleverna uttryckte förståelse av aspekten *tio ger en av närmast högre position*. I eftertestet däremot uttryckte 12 av eleverna att när 3 lades till 87 blev det tio ental, vilket innebär att de växlas till ett tiotal och därmed ökas tiotalen från 8 till 9. Detta har tolkats som att dessa elever urskilt aspekten *tio ger en av närmast högre position* och att de har förstått relationen mellan entalen och tiotalen i numeriska representationer av tal.

Aspekter (uppgifter som prövade respektive aspekt i testen)	Förtest N=20	Eftertest N=20	Ökning av lösningsfrekvens
Decimalsystemets positioner (uppgift 2c, 2f, 3a, 3b)	4	20	16
PLV ental (uppgift 2c, 2f, 3b)	2	16	14
PLV antal av position (uppgift 2c, 2f, 3b)	0	15	15
0 som antalet noll av en position (uppgift 1c, 2c, 2f)	0	16	16
Tio ger *en* av närmast högre position (uppgift 2a, 2e)	0	12	12
Tio siffror ger max 9 i varje position (uppgift 2a, 2e)	0	0	0
Decimalprincipen gäller oberoende av position (i termer av aspekterna tio siffror ger max 9 i varje position och tio ger *en* av närmast högre position) (uppgift 2a, 2e)	0	0	0

Tabell 1. *Antal elever som tolkats uttrycka förståelse av respektive aspekter i för- och eftertest.*

Emellertid har inte någon elev, varken i för- eller eftertest, förklarat *varför* tio av en position ger *en* av närmast högre position. Därför har ingen elev tolkats kunna uttrycka förståelse av aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.* och inte heller av aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position* (tabell 1).

Aspekter som gjordes möjliga att urskilja

Analysen visar att aspekterna *decimalsystemets positioner, PLV ental, PLV antal av position, siffran '0' som antalet noll av en position* och *tio ger en av närmast högre position* gjordes möjliga att urskilja i undervisningen. Nedan beskrivs de variationsmönster som skapades och gjorde det möjligt att urskilja respektive av dessa aspekter.

Aspekten decimalsystemets positioner

I två moment var det möjligt att urskilja aspekten *decimalsystemets positioner.* I ett av momenten fanns talet 222 på tavlan. Eleverna diskuterade först i par om siffrorna i talet var lika mycket värda. Läraren frågade sedan vad skillnaden mellan siffrorna var och en elev svarade:

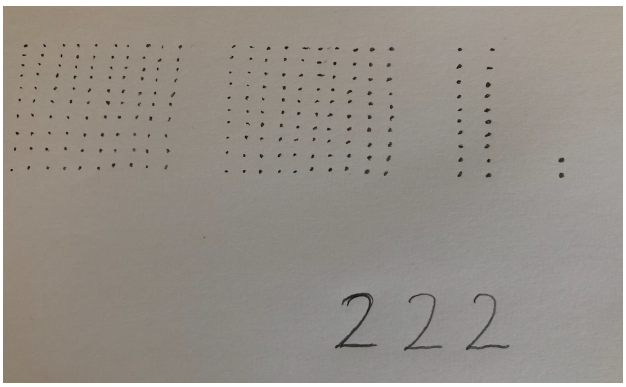
Excerpt 1

Emil: Vi tänkte att det här är ett hundratal (pekar på tvåan längst till vänster i representationen 222) och det här är ett tiotal (pekar på tvåan i mitten i representationen 222) och det är ett ental (pekar på tvåan längst till höger i representationen 222).

Av excerpt 1 framgår att Emil uttryckte att siffran '2' representerar de olika värdena hundratal, tiotal respektive ental, beroende av position siffran har i 222.

Sedan visades talet 222 med grupperade prickar, ovanför den numeriska representationen 222 (se figur 4) och läraren sa:

L: Ni sa så att den är värd två hundratal (flyttar tvåan längst till vänster till under de tvåhundra prickarna) … sen sa ni att vi har två tiotal (flyttar den mittersta tvåan till under de tjugo prickarna) … och så har vi två stycken ental (flyttar tvåan längst till höger till under de två prickarna)

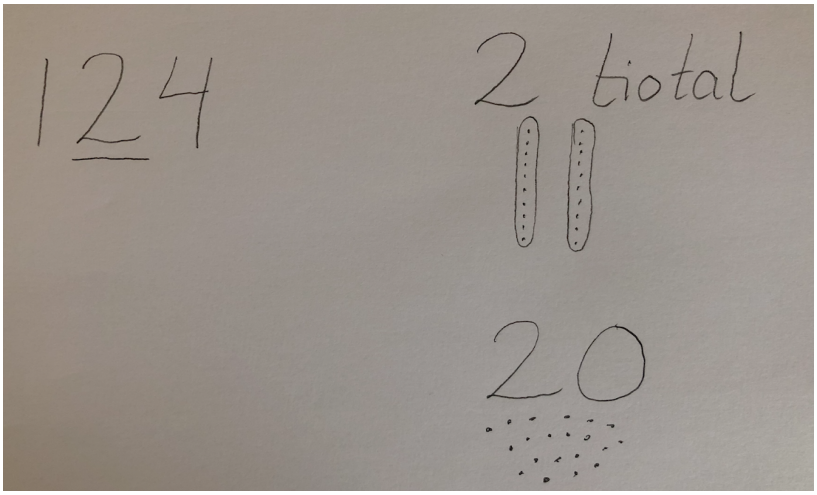


Figur 4. *På tavlan fanns 222 prickar grupperade som hundratal, tiotal respektive ental och den numeriska representationen 222*

Läraren förstärkte på detta sätt Emils förklaring av vad respektive 'tvåa' representerar. Med hjälp av de grupperade prickarna visade hon att 'tvåan' längst till vänster i 222 representerar två hundratal, 'tvåan' i mitten två tiotal och 'tvåan' längst till höger två ental. Här var siffran 'två' invariant i alla positioner (222) och positionernas värden (hundratal, tiotal, ental) varierade i relation till den position som respektive 'tvåa' stod i. Variationsmönstret öppnade upp aspekten *decimalsystemets positioner* som en Dimension av Variation (DaV), vilket har tolkats som att det gjordes möjligt att urskilja denna aspekt (se tabell 2).

Aspekterna PLV ental och PLV antal av position

Det fanns flera moment där det gjordes möjligt att urskilja aspekterna *PLV ental* och *PLV antal av position*. Dock var det enbart i två av dessa som det fanns möjlighet att urskilja aspekterna utifrån begreppet enhet. En uppgift med talet 124 visade exempel på dessa (se figur 5).



Figur 5. *På tavlan fanns talet 124 och två olika sätt att beskriva platsvärdet för siffran '2' i talet, 2 tiotal som två tiogrupperade prickar respektive 20 som tjugo enskilda prickar*

I momentet fick eleverna först tänka själva och sedan parvis diskutera skillnaden mellan att beskriva tvåans värde i talet 124, som 2 tiotal respektive 20. Några elever presenterade sina tankar och läraren och eleverna drog sedan en slutsats med hjälp av vad som fanns på tavlan (figur 5) på följande vis:

Excerpt 2

1. Elsa: Då är det typ samma sak att det är två tiotal eller tjugo.

2. L: Ja det är samma sak, skillnaden är om jag har två tiotal, Elsa. Då har jag satt dom i grupper om tio (pekar på de två grupperna med tio prickar i varje under "2 tiotal").

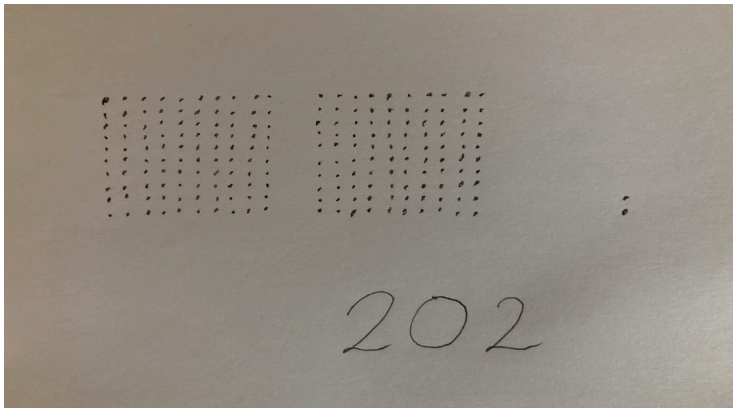
3. Elsa: Men där nere är det huller om buller.

4. L: Här är det huller om buller (pekar på de enskilda prickarna under "20" som ej var grupperade).

Av excerpt 2 framgår att Elsa drog slutsatsen att 2 tiotal och 20 var två olika sätt att beskriva tvåans värde i talet 124 (rad 1). Läraren lyfte därefter fram skillnaden mellan de två sätten att beskriva värdet: å ena sidan som 2 tiotal, där två grupper med tio ~~10~~ prickar i varje grupp tillsammans beskriver tvåans värde (rad 2), och å andra sidan som 20, där de enskilda prickarna tillsammans beskriver tvåans värde (rad 4). Platsvärdet var invariant (värdet för siffran '2' i talet 124) medan sätten att beskriva platsvärdet, varierade (2 tiotal respektive 20). Dels beskrevs platsvärdet som *PLV ental* utifrån begreppet enhet som 'en sak' (20 stycken), dels som *PLV antal av position* utifrån begreppet enhet som 'en grupp enheter som en sak' (2 tiotal). Genom variationsmönstret öppnades 'platsvärdets innebörd' upp som en DaV. Eftersom aspekterna *PLV ental* och *PLV antal av position* var värden i DaV:n, har det tolkats som att det gjordes möjlighet att urskilja dessa båda aspekter (se tabell 2).

Aspekten siffran 'o' som antalet noll av en position

I två andra moment var det möjligt att urskilja aspekten *siffran 'o' som antalet noll av en position*. Ett moment med talet 202 illustrerar detta (se figur 6).



Figur 6. *På tavlan fanns 202 prickar grupperade som hundratal respektive ental och den numeriska representationen 202.*

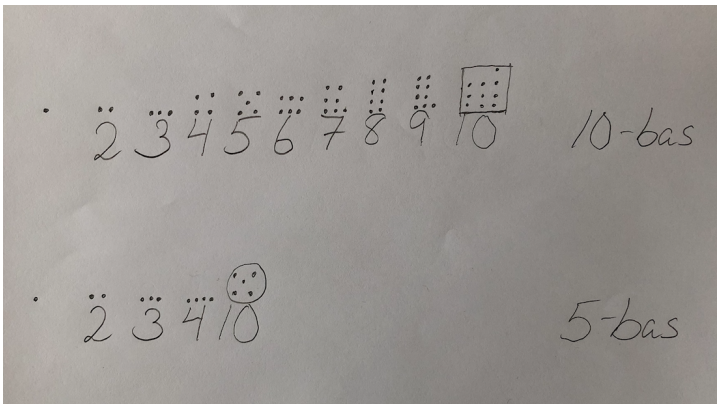
På tavlan representerades talet 202 både numeriskt och av grupperade prickar (se figur 6). Läraren tog bort nollan från 202 och flyttade ihop de kvarvarande siffrorna så att det istället stod 22 under prickarna och sa:

L: tjugotvå det stämmer inte överens med detta (pekar på de tvåhundratvå prickarna) det är inte det antalet som är här … ofta säger ni såhär nollan det betyder ingenting, men det gör den visst det ser vi ju … då får vi ett annat tal så det kan inte vara så att nollan inte betyder någonting den betyder ju någonting … den ger oss information att vi har noll tiotal den bär på information den betyder någonting (skriver o tiotal under nollan i 202).

Läraren lyfte fram att siffran 'o' behövs för att representera talet 202 korrekt (”tjugotvå det stämmer inte överens med detta [pekar på de tvåhundratvå prickarna]). Detta jämfördes med elevernas uppfattning av nollan som ”ingenting” och att talet utifrån den isåfall skulle skrivas som 22, vilket inte skulle vara korrekt (”ofta säger ni så här nollan det betyder ingenting, men det gör den visst det ser vi ju … då får vi ett annat tal så det kan inte vara så att nollan inte betyder någonting”). Läraren lyfte sedan fram att nollan i 202, beskriver antalet noll tiotal (”den ger oss information att vi har noll tiotal”). Talet 202 var invariant (i form av de grupperade prickarna) medan nollans betydelse varierade på tre sätt. Dels visades att nollan är nödvändig för att kunna beskriva tal korrekt, dels att det är inkorrekt att tänka att nollan inte betyder någonting samt att siffran 'o' beskriver antalet noll av en position. Genom variationsmönstret öppnades 'nollans betydelse' upp som en DaV. Eftersom aspekten *siffran 'o' som antalet noll av en position* var ett av värdena i DaV:n, har det tolkats som att undervisningen gjorde det möjligt att urskilja denna aspekt (se tabell 2).

Aspekten tio ger *en* av närmast högre position

Det fanns två moment då undervisningen gjorde det möjligt att urskilja aspekten *tio ger en av närmast högre position*. I det ena jämfördes antalet som grupperas som *en* i närmast högre position i olika bassystem (se figur 7).



Figur 7. *På tavlan fanns tio inringade prickar och under dem siffrorna '1' och 'o' som var relaterade till tiobassystemet respektive fem inringade prickar och under dem siffrorna '1' och 'o' som var relaterade till fembassystemet.*

I momentet diskuterade eleverna och läraren att det är antalet tio som grupperas och ger *en* av högre position i tiobassystemet. Sedan lyfte läraren fram att antalet som grupperas och ger *en* av högre position skiljer sig mellan fembas- och tiobassystemet, genom att säga:

> L: Här har jag en grupp på tio, fullt men jag har noll ental (pekar på de inringade tio prickarna och representationen 10 på 10-bas raden). I fembasen (pekar på raden för 5-bas) är det fullt så fort vi har en grupp på fem (ringar in de fem prickarna). Så jag har en grupp som består av fem för det är fullt när det är fem (sätter en etta och nolla under de fem prickarna i raden för 5-bas).

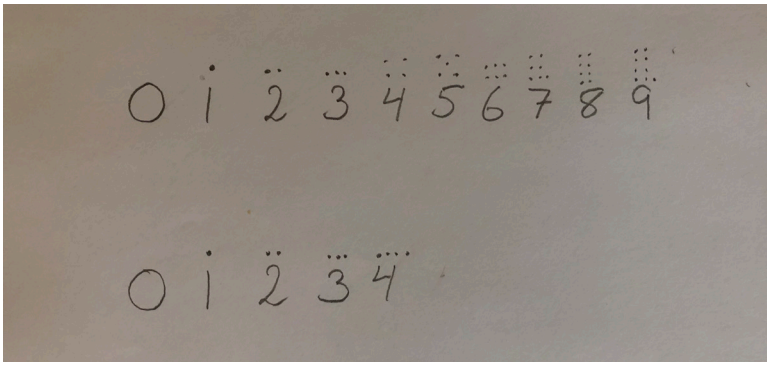
Genom att läraren pekade på antalet prickar som var inringade i relation till respektive bas och att dessa beskrevs som ’10’, lyfte hon fram att antalet tio ger representationen 10 i tiobassystemet, respektive att antalet fem också ger representationen 10 i fembassystemet. Den numeriska representationen av grupperingarna var invariant i form av siffrorna ’1’ och ’0’ (10), medan antalet (tio respektive fem) som gav *en* av närmast högre position varierade. Detta variationsmönster öppnade upp ’beroende av bassystem ger olika antal en av närmast högre position’, som en DaV. Eftersom aspekten *tio ger en av närmast högre position* var ett av två värden i DaV:n, har det tolkats som att aspekten gjordes möjlig att urskilja (se tabell 2).

Aspekter som inte gjordes möjliga att urskilja

Analysen visar att, när aspekterna *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.* och *decimalprincipen gäller oberoende av position* avsågs att behandlas, var variationsmönstret som skapades sådant att det var andra aspekter än de avsedda som gjordes möjliga att urskilja. Nedan beskrivs de variationsmönster som skapades relaterat till dessa två aspekter och vad som gjordes möjligt att urskilja.

Aspekten tio siffror ger max siffran '9' i varje position.

Trots att läraren avsåg att göra aspekten *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.* möjlig att urskilja, visade analysen att detta inte framkom i undervisningen. Istället gjordes det möjligt att urskilja att ’tiobasen har tio siffror’.



Figur 8. *På tavlan fanns tio siffror i den övre raden och fem siffror i den undre*

I momentet sa läraren att den övre raden visar siffrorna som finns i tiobassystemet och att den undre visar siffrorna som finns i fembassystemeten (figur 8). Hon frågade ”vad är det som skiljer tiobasen från fembasen?” Eleverna svarade:

Excerpt 3:

1. Tilda: fembasen är fem mindre.
2. L: Fembasen är fem mindre, vaddå?
3. Tilda: Än tiobasen.

4. L: Fem mindre vaddå?

5. Erik: Siffror.

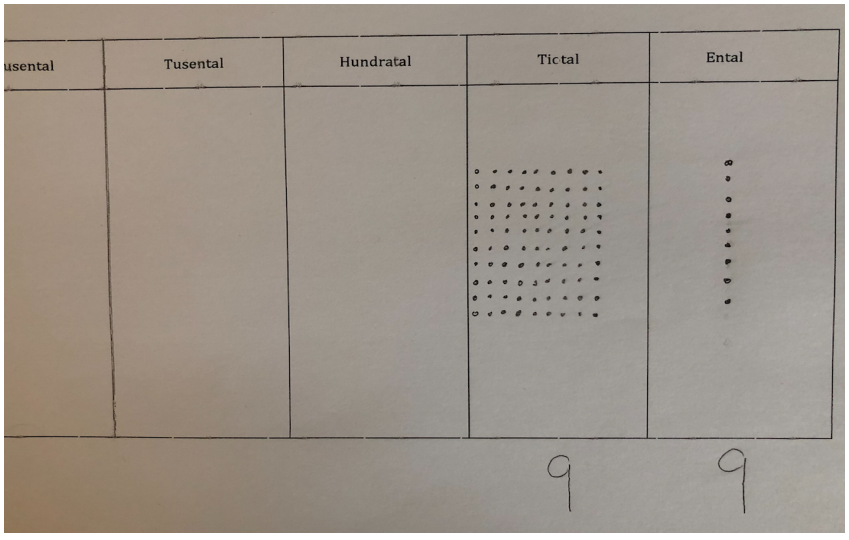
6. L: Siffror. Fembasen har fem siffror, tiobasen har tio siffror.

Som framgår av excerpt 3 beskrev eleverna skillnaden mellan tiobassystemet~~en~~ och fembassystemet, som att det är fem färre siffror i fembassystemet (rad 1 och 5). Läraren förklarade att ”fembasen har fem siffror, tiobasen har tio siffror” (rad 6). Det som var invariant var att talen representerades av siffror, medan antalet siffror varierade beroende av bassystem: tio siffror i tiobassystemet (0,1….9) respektive fem (0,1…4) siffror i fembassystemet. Genom variationsmönstret öppnades ’beroende av bas finns ett visst antal siffror’ upp som en DaV. ’Tiobasen har tio siffror’ respektive ’fembasen har fem siffror’ var värden i DaV:n, vilket har tolkats varit möjligt att urskilja. Däremot synliggjorde inte variationsmönstret att de tio siffrorna i tiobassystemet enbart ger möjlighet att ange upp till nio i varje position. Därav har det tolkats som att det inte gjordes möjligt att urskilja den aspekt som avsågs, *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.* (se tabell 2).

Aspekten decimalprincipen gäller oberoende av position

När *decimalprincipen gäller oberoende av position* behandlades visade analysen att principen enbart synliggjordes utifrån aspekten *tio ger en av närmast högre position*, men inte utifrån aspekten *tio siffror ger max siffran ’9’ i varje position.*.

I ett moment fanns först nio prickar i entalskolumnen och nio tiogrupper med prickar i tiotalskolumnen, samt siffran ’9’ skrivet under respektive kolumn (se figur 9).



Figur 9. *På tavlan fanns nio prickar i entalskolumnen respektive nio prickar i tiotalskolumnen, samt siffran ’9’ under respektive kolumn.*

Läraren lade sedan till ytterligare en prick i entalskolumnen, så att det nu var tio prickar i denna kolumn. Eleverna fick först parvis diskutera vad som händer när det är tio i entalskolumnen och därefter förklara sina tankar. Sedan flyttade läraren över de tio prickarna som en tiogrupp till tiotalskolumnen och fortsatte:

Excerpt 5

1. L: Den gruppen blev full. Det blev tio stycken (pekar på entalskolumnen). Då flyttar den gruppen genast hit (pekar på tiotalskolumnen och de tio prickarna som flyttats över dit) och då har jag tio grupper på tio stycken och vad händer då, Siv?

2. Siv: Då växlar det och blir hundra.

3. L: Då har jag ett helt hundratal (flyttar de tio grupperna med tio prickar i varje över till hundratalskolumnen). Så jag får ett helt hundratal (skriver en etta under hundratalskolumnen) inga tiotal (skriver en nolla under tiotalskolumnen) och inga ental (skriver en nolla under entalskolumnen). Det blev fullt (pekar på entalskolumnen). Jag växlade upp till tiotalet (pekar på tiotalskolumnen), det blev tio stycken tiotal gruppen var full och hundratalet kommer, etthundra (pekar på hundratalskolumnen).

Som framgår av excerpt 5 lyfte läraren först fram att tio ental bildar en tiogrupp och att entalen växlas till ett tiotal (rad 1) och att det då fanns tio tiotal i tiotalskolumnen (rad 1). Siv förklarade att dessa då växlas och blir hundra (rad 2). Läraren förtydligade Sivs svar som ett hundratal (rad 3). I momentet upprepades aspekten *tio ger en av närmast högre position*, genom att det först var tio ental som gav *en* av närmast högre position och sedan tio tiotal som gav *en* av närmast högre position. Därav har denna aspekt tolkats som invariant i momentet. Det som har tolkats variera är de positioner som innehöll tio och gav *en* av närmast högre position. I det första fallet var det entalen som var tio och i det andra fallet var det tiotalen som var tio. Genom variationsmönstret öppnades 'tio ger *en* i närmast högre position gäller oberoende av position' upp. Däremot synliggjorde inte variationsmönstret att även aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.* gäller oberoende av position. Eftersom decimalprincipen i studien har tolkats som att innehålla både aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.* och tio ger en i närmast högre position har det tolkats som att undervisningen inte gav möjlighet att urskilja aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position*, som helhet (se tabell 2).

Relationen mellan elevernas lärande och undervisningen

För att besvara frågan vilka variationsmönster som har gett möjlighet och kan ha bidragit till elevernas lärande av platsvärde, har skillnaden i elevresultat på för- och eftertest jämförts med vilka aspekter som varit möjliga att urskilja i undervisningen. Tabell 2 sammanfattar vilka exempel som användes, vilka aspekter som gjordes möjliga att urskilja och förändringen i elevresultatet i relation till respektive aspekt.

Tabell 2. *Mönster av variation, aspekter möjliga att urskilja, samt ökning i lösningsfrekvens.*

Aspekter av platsvärde	**Exempel som användes**	**Invariant i momentet**	**Aspekter möjliga att urskilja som DaV och värden i DaV:n (exempel av värden)**	**Ökning av lösningsfrekvens mellan för- och eftertest (jämför tabell 1)**
Aspekter som gjordes möjliga att urskilja				
1. Decimalsystemets positioner	Talet tvåhundratjugotvå representerat av grupperade prickar och 222. Begreppen:, hundratal, tiotal, ental	Siffran '2' i alla positioner, 222	DaV: Decimalsystemets positioner Värden: - Hundratal (2:an längst till vänster) - Tiotal (2:an i mitten) - Ental (2:an längst till höger)	16
2. PLV antal av position och PLV ental	124 - 2 tiotal/två tiogrupper med prickar - 20/tjugo enskilda prickar	Platsvärdet för 2:an i talet 124	DaV: Platsvärdets innebörd Värden: - Som PLV antal av position (2 tiotal/två tiogrupper med prickar) - Som PLV ental (20/tjugo enskilda prickar)	15 (PLV antal av position) 14 (PLV ental)
3. '0' som antalet noll av en position	Talet tvåhundratvå representerat av grupperade prickar. Sifferrepresentationerna: 202, 22, 0 tiotal	Talet tvåhundratvå representerat av grupperade prickar	DaV: Nollans betydelse Värden: - Nollans betydelse för att beskriva tal korrekt (202) - Nollans betydelse som "ingenting" är inkorrekt (22) - 0 som antalet noll av en position (0 tiotal)	16
4. Tio ger *en* av närmast högre position	Tiobas ger att tio prickar representeras som 10 respektive fembas ger att fem prickar representeras som 10	Representationen 10 ("ett" "noll")	DaV: Beroende av bassystem ger olika antal *en* av närmast högre position Värden: - Antalet tio ger *en* av närmaste högre position i tiobas (tiobas som gör att tio prickar representeras som 10) - Antalet fem ger *en* av närmast högre position i fembas (fembas som gör att fem prickar representeras som 10)	12
Aspekter som inte gjordes möjliga att urskilja				
5. Tio siffror ger max 9 i varje position	Tiobasen har siffrorna 0, 1,...9 respektive fembasen har siffrorna 0, 1,...4	Den numeriska representationen av talen	DaV: Beroende av bas finns ett visst antal siffror Värden: - Tiobasen har tio siffror (tiobasen har siffrorna 0, 1, ...9) - Fembasen har fem siffror (fembasen har siffrorna 0, 1,...4)	0
6. Decimalprincipen gäller oberoende av position (i termer av aspekterna tio siffror ger max 9 i varje position och tio ger *en* av närmast högre position)	Tio prickar i entalskolumnen flyttas som en tiogrupp till tiotalskolumnen, tio tiogrupper i tiotalskolumnen flyttas som en hundragrupp till hundratalskolumnen	Antalet tio av en position ger *en* i närmast högre position	DaV: Tio ger *en* i närmast högre position, gäller oberoende av position Värden: - Tio ental ger ett tiotal (tio prickar i entalskolumnen flyttas som en tiogrupp till tiotalskolumnen) - Tio tiotal ger ett hundratal (tio tiogrupper i tiotalskolumnen flyttas som en hundragrupp till hundratalskolumnen)	0

Av tabell 2 framgår att testresultatet speglar undervisningen. Det var fler elever som utvecklade förståelse av de aspekter som analysen visade var möjliga att urskilja i undervisningen (tabell 2, aspekterna 1-4) jämfört med de aspekter som avsågs behand-

las, men där variationsmönstret var sådant att det var andra aspekter som gjordes möjliga att urskilja istället (tabell 2, aspekterna 5 och 6). I genomsnitt var det cirka 15 elever som utvecklade förståelse av de aspekter som gjordes möjliga att urskilja, medan inte någon elev utvecklade förståelse av de aspekter som avsågs behandlas, men där andra aspekter gjordes möjliga att urskilja. De variationsmönster som skapades relaterat till de aspekter som analysen visade gjordes möjliga att urskilja, förefaller att ha varit mer gynnsamma för elevernas lärande än de variationsmönster som skapades relaterat till de aspekter som avsågs behandlas, men där andra aspekter istället gjordes möjliga att urskilja.

Resultatsammanfattning

Resultatet har visat hur olika mönster av variation och invarians skapar olika möjligheter för elever i årskurs 2 att förstå platsvärde. Vidare visar resultatet att de exempel som användes i undervisningen förefaller att vara kritiska för att skapa sådana variationsmönster som är gynnsamma för elevernas lärande av de aspekter som avses. Med exempel avses här ett specifikt fall av något mer generellt (Mason, 2006; Mason & Pimm, 1984; Rowland, 2008; Watson & Mason, 2005; Zodiak & Zaslavsky, 2008). Exempelvis, hundratalspositionen är ett exempel (ett specifikt fall) på decimalsystemets positioner (det generella). Tiotalspositionen är ett annat specifikt fall, det vill säga ett annat exempel på detta.

Då aspekterna *decimalsystemets positioner, PLV ental, PLV antal av position, siffran 'o' som antalet noll av en position* och *tio ger en av närmast högre position* behandlades visar resultatet att exemplen som användes skapade variationsmönster som var gynnsamma för elevernas lärande. Genom att använda 222 (se tabell 2) som ett exempel på ett tresiffrigt tal med samma siffror gjordes det möjligt för eleverna att få syn på aspekten *decimalsystemets positioner*. I exemplet var siffrorna i talet samma (2), medan innebörden av respektive siffra skilde sig åt beroende på den position siffran stod i. Genom detta mönster av variation/invarians gjordes aspekten möjlig att urskilja.

När läraren visade 2 tiotal/två tiogrupperade prickar som ett exempel på aspekten *PLV antal av position* respektive 20/tjugo enskilda prickar som ett exempel på aspekten *PLV ental* (se tabell 2), gavs eleverna möjlighet att få syn på skillnaden mellan aspekterna. Dessa exempel beskrev samma platsvärde, för siffran '2' i talet 124, medan det som skilde dem åt var hur platsvärdet beskrevs, och därmed dess olika innebörd. Eftersom exemplen jämfördes, varierade båda aspekterna samtidigt och gjordes därmed möjliga att urskilja samtidigt.

Genom de fyra exemplen tvåhundratvå grupperade prickar, 202, 22 och 0 tiotal (se tabell 2) gavs eleverna möjlighet att få syn på aspekten *siffran 'o' som antalet noll av en position*. Tvåhundratvå grupperade prickar och 202 är exempel på korrekt representation av talet tvåhundratvå. När nollan togs bort från 202 fanns 22 kvar. Detta är ett exempel på att representera talet tvåhundratvå inkorrekt och kunde knytas till en vanlig elevuppfattning ("nollan betyder ingenting"). 0 tiotal för siffran 'o' i talet 202 användes som ett exempel på att beskriva platsvärde som noll av en positions värde.

I momentet fokuserades samma tal (exemplifierat av de tvåhundratvå grupperade prickarna). Det som skilde exemplen 202, 22 och 0 tiotal åt var innebörden av nollans betydelse. Därigenom gjordes det möjligt att urskilja både aspekten *siffran 'o' som antalet noll av en position* och 'nollans betydelse'.

När aspekten *tio ger en av närmast högre position* behandlades, användes talet fem i fembassystemet respektive talet tio i tiobassystemet som exempel. Läraren visade först att tio prickar representeras av siffrorna 10 i basen tio. Därefter visades att fem prickar också representeras av siffrorna 10 i fembassystemet (se tabell 2). Dessa två exempel visade på att ett specifikt antal beroende av talbasen (tio respektive fem) ger *en* av närmast högre position. Variationsmönstret som skapades med hjälp av exemplen var att antalet prickar var olika men detta representerades numeriskt på samma sätt; som 10 i respektive bas. Genom denna skillnad gavs eleverna möjlighet att urskilja aspekten *tio ger en av närmast högre position*.

När aspekterna *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.* och *decimalprincipen gäller oberoende av position* behandlades visar resultatet att exemplen skapade variationsmönster som troligen var otillräckliga för elevernas lärande. När aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.* avsågs att behandlas användes de båda exemplen tiobassystemet (som har siffrorna 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) respektive fembassystemet (som har siffrorna 0, 1, 2, 3, 4) (se tabell 2). Dessa är exempel på att varje bassystem har ett visst antal siffror varmed talen kan skrivas. I exemplen var den numeriska representationsformen densamma, men det som skilde exemplen åt var antalet siffror som finns tillgängliga i respektive bas. Vad som framkom då var, att 'beroende av bas finns ett visst antal siffror', istället för aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.*, vilket egentligen var avsikten.

I ett moment användes de båda exemplen tio prickar i entalskolumnen flyttas som en tiogrupp till tiotalskolumnen å ena sidan och tio tiogrupper i tiotalskolumnen flyttas som en hundragrupp till hundratalskolumnen å andra sidan (se tabell 2). Dessa exempel visar på att positioner som innehar tio ger *en* av närmast högre position. Genom exemplen gavs eleverna möjlighet att få syn på en annan aspekt än *decimalprincipen gäller oberoende av position*, vilket läraren ville. Gemensamt i båda exemplen var att tio av en position ger *en* av närmast högre position och det som skilde exemplen åt var vilka positioner som var tio och gav en av närmast högre position. I det ena fallet var det entalen som var tio och i det andra fallet var det tiotalen som var tio. Det som gjordes möjligt att lära var då att 'tio ger *en* i närmast högre position gäller oberoende av position'. Visserligen innehåller decimalprincipen denna aspekt, men även aspekten *tio siffror ger max siffran '9' i varje position.*. Den senare var inte möjlig att lära genom exemplen och därav inte heller aspekten *decimalprincipen gäller oberoende av position*, som helhet.

Diskussion

Forskare har funnit att, vissa aspekter av platsvärde kan vara svåra för elever att förstå (till exempel Cawley m.fl., 2007; Fuson, 1990; Gallardo & Hernandez, 2006; Herzog, Ehlert & Fritz, 2017; Tempier, 2016; Verschaffel, Greer & De Corte, 2007), vilket

även denna studie har visat. En del av dessa svårigheter kan överkommas genom att använda olika representationsformer i undervisningen (Fuson & Briars, 1990; Fuson, Smith & Lo Cicero, 1997; Hiebert & Wearne, 1992), men det räcker emellertid inte alltid för att eleverna ska utveckla djupare förståelse av platsvärde (Bednarz & Janvier, 1982; Thomas, 2004). Det finns ingenting i denna studie som motsäger betydelsen av att använda olika representationsformer i undervisning av platsvärde, men studien visar framför allt hur aspekter som eleverna behöver lära för att förstå platsvärde kan göras möjliga att lära då olika mönster av variation skapas i undervisningen. Härvidlag pekar resultatet mot att de exempel som används är betydelsefulla för att skapa mönster av variation och invarians som är gynnsamma för elevernas lärande. Resultatet visar att de exempel som användes i relation till några av platsvärdets aspekter skapade variationsmönster som var gynnsamma för elevernas lärande, medan de exempel som användes i relation till andra aspekter var otillräckliga. Resultatet pekar därmed på att valet av exempel bör ske med omsorg, så att de har potential att skapa variationsmönster i relation till de aspekter av platsvärde som ska läras.

Resultatet kan även ge ett bidrag till hur andra talsystem kan användas för att undervisa om decimalsystemet. För att eleverna skulle lära sig att det enbart får plats 9 i varje position och att tio av en position ger *en* av närmast högre position jämfördes decimalsystemet med fembassystemet. Detta har likheter med Thanheiser och Melhuishs (2018) studie som visade att detta var framgångsrikt för att eleverna skulle lära sig platsvärde. Även Vygotsky (1934/2010) och Marton (2015) argumenterar för att behandla andra talsystem i undervisningen för att elever ska förstå principer av decimalsystemet. Emellertid visar resultatet i föreliggande studie att det inte är oproblematiskt att använda andra talsystem för att elever ska lära sig aspekter av decimalsystemet. När läraren ville att eleverna skulle lära att det enbart får plats 9 i varje position, skapades ett variationsmönster där en annan aspekt gjordes möjlig att lära. Avseende att tio av en position ger *en* av närmast högre position skapades visserligen ett variationsmönster som gjorde det möjligt att urskilja aspekten, men enbart drygt hälften av eleverna kunde uttrycka förståelse av aspekten i eftertestet. Att använda andra talsystem för att undervisa om platsvärde i decimalsystemet är troligen en god idé. Resultatet indikerar emellertid att aspekter av decimalsystemet inte synliggörs per automatik bara för att andra talsystem används. För att en aspekt ska synliggöras krävs att talsystemen tillsammans skapar ett *kraftfullt* variationsmönster relaterat till den aspekt som ska läras.

Studien bidrar med detaljerade beskrivningar av undervisningsmoment inklusive de exempel som användes och som skapade variationsmönster som var mer eller mindre gynnsamma för elevernas lärande. Dessa beskrivningar kan fungera som utgångspunkter när lärare planerar och undervisar om platsvärde. Till exempel kan undervisning planeras och genomföras utifrån de exempel som studien har visat vara gynnsamma för elevernas lärande av aspekterna platsvärde som ental och platsvärde som antal av position. Emellertid bör lärare dels ta hänsyn till sin egen elevgrupps behov av lärande och skapa variationsmönster utifrån det, dels bör mönstren prövas och preciseras i lärares egen undervisningspraktik. Beskrivningarna kan även

bidra med en begreppsapparat för lärare att använda när de tänker och diskuterar med andra lärare om undervisning av platsvärde. Till exempel kan de använda sig av begreppen variation och invarians på liknande sätt som i studien för att planera och kritiskt granska planeringar samt utvärdera undervisning utifrån vilka aspekter som varit möjliga att lära.

Genom att använda variationsteorin för att analysera data har det varit möjligt att fokusera på hur innehållet i undervisningen behandlas och specifikt att studera hur platsvärde kan undervisas om utifrån hur aspekter av innehållet varierar. Emellertid bör uppmärksammas att variationsteorin ger en begränsad bild av den komplexa praktik som undervisning innebär och vad som har betydelse för elevernas möjlighet att lära. Men då variationsteorin beskriver undervisning och lärande i samma temer – urskiljning och variation – har det varit möjligt att studera relationen mellan dessa.

Resultatet, i form av de mer eller mindre gynnsamma variationsmönstren, grundas i tolkningen av elevernas svar på uppgifterna i testen. Både testens utformning och tolkningen utgör centrala delar i studien. Testen var inte standardiserade utan designades av lärargruppen. Det är därför inte säkerställt att uppgifterna i alla avseenden prövade vad som avsågs. Däremot prövar flera uppgifter samma aspekter, vilket kan ses som en styrka i testen. I tolkningen av elevernas svar har hänsyn tagits till vad eleverna uttryckte muntligt och vilka gester de gjorde (till exempel vilka siffror de pekade på i anslutning till frågan: vad betyder siffrorna i talet 90?). Tolkningen har även gjorts utifrån vilka aspekter eleverna inte uttryckte förståelse av, men däremot har inte hänsyn tagits till varför det inte uttrycktes. En risk är till exempel att eleverna uppfattade att frågorna efterfrågade något annat än vad som avsetts. För att minska denna risk användes uppföljande frågor.

Fortsatt forskning

Ytterligare forskning behövs när det gäller vilka variationsmönster som är gynnsamma för elevernas lärande om platsvärde och vilka exempel som kan användas för att skapa dessa. Särskilt intressant är att ytterligare studera vilka variationsmönster som kan användas för att eleverna ska lära att det enbart får plats upp till 9 i varje position och att decimalprincipen gäller oberoende av position, eftersom undervisningen i denna studie inte verkade vara särskilt framgångsrik avseende dessa aspekter. En kvasiexperimentell studie med kontrollgrupp skulle kunna ge ytterligare insikter i dessa frågor.

Referenser

Al-Murani, T., Kilhamn, C., Morgan, D. & Watson, A. (2018): Opportunities for learning: the use of variation to analyse examples of a paradigm shift in teaching primary mathematics in England. *Research in Mathematics Education*, vol. 2, nr. 1, ss. 1-19. DOI: 10.1080/14794802.2018.1511460

Bednarz, N. & Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 13, nr. 1, ss. 33–57.

Cawley, J.F., Parmar, R.S., Lucas-Fusco, L.M., Kilian, J.D, Foley, T.E. (2007). Place

Value and Mathematics for Students with Mild Disabilities: Data and Suggested Practices. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, vol. 5, nr. 1, ss. 21-39.

Chambris, C. (2018). The influence of theoretical mathematical foundations on teaching and learning: a case study of whole numbers in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 97, nr. 2, ss. 185–207. DOI: 10.1007/s10649-017-9790-3

Fuson, K. (1990). Issues in Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction Learning and Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 21, nr. 4, ss. 273-280.

Fuson, K. & Briars, D. (1990). Using a Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First- and Second-Grade Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 21, nr. 3, ss. 180-206.

Fuson, K. C. & Kwon, Y. (1992). Korean children's understanding of multidigit addition and subtraction. *Child Development*, vol. 63, nr. 2, ss. 491-506.

Fuson, K., Smith, S. T. & Lo Cicero, A.M. (1997). Supporting Latino First Graders' Ten-Structured Thinking in Urban Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, nr. 6, ss. 738-766.

Fuson, K., Wearne, D., Hiebert, Murray, H., Human, P., Olivier, A., Carpenter, T., Fennema, E. (1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of MultidigitAddition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, nr. 2, ss. 130-162.

Gallardo, A. & Hernández, A. (2006). The zero and negativity among secondary school students. I J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (red.), *Proceedings of the 30th international conference of the international group for the psychology of mathematics education 3* Prague, Czech Republic: PME, ss. 153-160.

Herzog, M., Ehlert A. & Fritz A.-M. (2017). A Competency Model of Place Value Understanding in South African Primary School Pupils. African Journal of Research in Mathematics, *Science and Technology Education*, vol. 21, nr. 1, ss. 37-48. DOI:10.1080/18117295.2017.1279453

Hiebert, J. & Wearne, D. (1992). Links between Teaching and Learning Place Value with Understanding in First Grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 23, nr. 2, ss. 98-122.

Kamii, C. (1986). "Place Value: An Explanation of Its Difficulty and Implications for the Primary Grades." *Journal for Research in Childhood Education*, vol. 1, nr. 2, ss. 75-86.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2014). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.

Kullberg, A., Runesson Kempe, U. & Marton, F. (2017). What is made possible to learn when using the variation theory of learning in teaching mathematics? *ZDM Mathematics Education*, vol 49, nr. 4, ss. 559-569. DOI 10.1007/s11858-017-0858-4

Laski, E. V., Ermakova, A. & Vasilyeva, M. (2014). Early use of decomposition for addition and its relation to base-10 knowledge. *Journal of Applied Developmental Psychology*, vol. 35, nr. 5, ss. 444-454.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Ma, L. & Kessel, C. (2018). The theory of School Arithmetic: Whole Numbers. I M.G. Bartolini Bussi, & X.H. Sun (red.), *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades, The 23rd ICMI Study*, Cham, Schweiz: Springer International Publishing, ss. 439-463.

Marton, F. (2015). *Necessary conditions of learning*. New York: Routledge.

Marton, F. & Booth, S. (2000). Om lärande. Lund: Studentlitteratur.

Marton, F., Runesson, U. & Tsui, A. B. (2004). The space of learning. I F. Marton & A. B. Tsui (red.), *Classroom discourse and the space of learning*Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, ss. 3-40.

Mason, J. (2006). What makes an example exemplary: Pedagogical and didactical issues in appreciating multiplicative structures. I R. Zazkis, & S. R. Campbell (red.), *Number theory in mathematics education: Perspectives and prospects*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Press, ss. 41–68.

Mason, J. & Pimm, D. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 15, nr. 3, ss. 277–289.

Mix, K., Smith, L., DaSha Stockton, J., Cheng Y-L. & Barterian, J. (2017) Grounding the Symbols for Place Value: Evidence From Training and Long-Term Exposure to Base-10 Models. *Journal of Cognition and Development*, vol. 18, nr. 1, ss. 129-151. DOI:10.1080/15248372.2016.1180296

Mårtensson, P. & Hansson, H. (2018) Challenging teachers' ideas about what students need to learn: Teachers' collaborative work in subject didactic groups", *International Journal for Lesson and Learning Studies*, vol. 7, nr. 2, ss. 98-110. DOI: 10.1108/IJLLS-11-2017-0048

Pang, M. F. & Marton, F. (2003). Beyond lesson study: Comparing two ways of facilitating the grasp of some economic concepts. *Instructional Science*, vol. 31, nr.3, ss. 175-194. DOI:10.1023/A:1023280619632

Pimm, D. (2018). On Number Language: A Commentary on Chapter 3. I M.G. Bartolini Bussi, & X.H. Sun (red.), *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades, The 23rd ICMI Study*, Cham, Schweiz: Springer International Publishing, ss. 71-87.

Ross, S. (1989). Parts, wholes and place value: A developmental view. *Arithmetic Teacher*, vol. 36, nr. 6, ss. 47–51.

Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematic*, vol. 69, nr. 2, ss. 149–163.

Sun, X. H. & Bartolini Bussi, M. G. (2018a) Language and Cultural Issues in the Teaching and Learning of WNA. I M. G. Bartolini Bussi & X. H. Sun (red.), *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades, The 23rd ICMI Study*, Cham, Schweiz: Springer International Publishing, ss. 35-70.

Sun, X.H, Chambris, C., Savers, J., Siu M.K, Cooper, J. Dorier, J-L., González de Lora

Sued, S.I., Thanheiser, E., Azrou, N., McGarvey, L., Houdement, C. & Ejersbo, L.R. (2018b). The What and Why of Whole Number Arithmetic: Foundational Ideas from History, Language and Societal Changes. I M.G. Bartolini Bussi, & X.H. Sun (red.), *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades, The 23rd ICMI Study*, Cham, Schweiz: Springer International Publishing, ss. 91-124.

Tempier, F. (2016). New perspectives for didactical engineering: an example for the development of a resource for teaching decimal number system. *Journal of Mathematics Teacher Education*, vol. 19, nr. 2, ss. 261–276. DOI 10.1007/s10857-015-9333-8

Thanheiser, E. (2009). Elementary School Teachers′ Conceptions of Multidigit Whole Numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 40, nr. 3, ss. 251-281.

Thanheiser, E. & Melhuish, K. (2018). Leveraging variation of historical number systems to build undestanding of the base-ten-place-value system. *ZDM Mathematics Education*, vol. 51, nr. 1, ss. 39-55. DOI: 10.1007/s11858-018-0984-7

Thomas, N. (2004). The development of structure in the number system. I M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (red.), *28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Bergen: Bergen University College Press, ss. 305–312.

Van den Akker, J. (1999). Principles and Methods of Development Research. I J. van den Akker (red.), *Tools in education and training*, Boston, N.Y. Kluwer Academic, ss. 1-14.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. I F.K. Lester (red.), *Second handbook of research in mathematics teaching and learning*, Charlotte, NC: Information Age Pub, ss. 557-628.

Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed. Vetenskapsrådets rapportserie VR1708*. Stockholm: Vetenskapsrådet

Vygotsky, L.S. (1934/2010). *Tänkande och språk.* Borgå: WS Bookwell AB.

Watson, A. & Mason, J. (2005). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Zodik, I. & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies Mathematics*, vol. 69, nr. 2, ss. 165-182.